

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕОХИМИЧЕСКОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ ПОЧВЕННО-РАСТИТЕЛЬНОГО ПОКРОВА ПОСПИРОГЕННЫХ ЗОН РАЗЛИЧНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ГОРЕНИЯ

А.К. Гуц

д-р физ.-мат. наук, вед. науч. сотр., e-mail: aguts@mail.ru

Л.В. Захарихина

д-р биол. наук, вед. науч. сотр., e-mail: zlv63@yandex.ru

Е.А. Виноцкая

канд. хим. наук, мл. науч. сотр., e-mail: elenashilko94@gmail.com

С.П. Черненко

мл. науч. сотр., e-mail: chernenkosp@mail.ru

В.В. Керимзаде

мл. науч. сотр., e-mail: Kerimzade@ya.ru

Федеральный исследовательский центр «Субтропический научный центр
Российской академии наук», Сочи, Россия

Аннотация. Предложена математическая модель, описывающая ситуацию успешности первого этапа сукцессии для мхов в зоне максимального по интенсивности пожара по сравнению с ходом сукцессии в зоне малоинтенсивного горения.

Ключевые слова: лесные пожары, заповедник Утриш, сукцессия мхов, геохимическая трансформация, модель.

Введение

Сотрудниками лаборатории геоэкологии и природных процессов Субтропического научного центра РАН (г. Сочи) изучалась сукцессия растительности в заповеднике Утриш (полуостров Абрау, Черноморское побережье России), пострадавшем от лесного пожара. Была исследована геохимическая трансформация почвенно-растительного покрова в разных по интенсивности пожара зонах. В качестве растений выбраны мхи, являющиеся, как известно, хорошими сорбентами и характеризующиеся, соответственно, максимально контрастными различиями накопления химических элементов в разных зонах горения. Были выявлены максимальные накопления химических элементов в почвах в зоне интенсивного пожара.

Установлен первый этап сукцессии для мхов в зоне малоинтенсивного горения, и определено прохождение этого этапа в зоне максимального по интенсивности пожара. Для участков интенсивного пожара средний коэффициент

суммарного накопления химических элементов в почвах составляет 31 единицу, внутри зон малоинтенсивного пожара аналогичный показатель равен 8. В мхах эта зависимость имеет отрицательную корреляцию с почвами. В зоне интенсивного пожара коэффициент суммарного накопления для мхов составляет 6 единиц, внутри участков малоинтенсивного пожара этот показатель равен 20. Определён спектр элементов, необходимых и активно накапливаемых растениям на первых этапах сукцессии, который перспективен в применении в комплексных удобрениях, могущих ускорить восстановление растительности пирогенных зон. К таковым относятся: Na, P, Mo, Cu, Zn, Ni и элементы редкоземельной группы: Er, Ho, Dy, Gd, Tb, Y, Sm, Eu, Nd, Tm, Lu, Pr, Yb, Ce.

Таким образом, констатировалось, что избыток определённых элементов на участках повышенной интенсивности горения по сравнению с фоновыми и отсутствие такового на участках с низкой эффективностью пожара является весьма вероятной причиной более успешного первого этапа сукцессии мхов, занявшего 1 год на участках повышенной интенсивности горения и 2 года на участках с низкой эффективностью пожара [1].

Помимо проверки указанной геохимической диагностики с целью предсказания ускорения сукцессии на участках повышенной интенсивности, хотелось бы иметь математическую модель, описывающую ускорение сукцессии по сравнению с иными постпожарными участками на основе наличия того или иного преимущества, которое имели растения на сильно выгоревших участках леса.

1. Математическая модель сукцессии

Будем моделировать сукцессию на постпожарных участках посредством марковских процессов [1]. Моделированием сукцессии с помощью марковских процессов занимались Д.О. Логофет [3], А.В. Немчинова [4] и др.

Рассматриваем два участка U_s и U_w , претерпевших соответственно пожар повышенной интенсивности (сильной, strong) и пониженной интенсивности (слабой, weak), и обозначаем как S_0, S_1, S_2 стадии сукцессии. Стадия S_0 – начальная стадия, послепожарная, S_1 – первая стадия, через год в случае заповедника Утриш, и, наконец, последующая стадия, время наблюдений которой мы не фиксируем.

Динамика сукцессии представляется переходами растительности из стадии S_i к стадии S_j с определённой вероятностью $P(ij)$, которые часто описываются как интенсивности, обозначаемые ниже символом μ_i . Напомним, что интенсивность, или плотность вероятности, μ_i – это среднее число событий¹ в единицу времени, связанное с вероятностью $P(ij)$ перехода от стадии S_i к стадии S_j за время Δt :

$$P(ij)(\Delta t) = \mu_i \Delta t,$$

при условии, что на отрезке времени Δt проявилось хотя бы одно событие из рассматриваемого потока событий.

¹В нашей задаче события, поток событий – это то, что способствует сукцессии растительности.

Каждая стадия сукцессии также реализуется с некоторой вероятностью p_i . Представим изучаемые сукцессии посредством графов и соответствующих им уравнений Колмогорова – Чепмена.

Для мхов на участке U_s имеем:

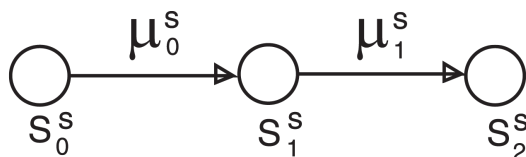


Рис. 1. Граф сукцессии на участке U_s

$$\begin{aligned} \frac{dp_0^s}{dt} &= -\mu_0^s p_0^s, \\ \frac{dp_1^s}{dt} &= \mu_0^s p_0^s - \mu_1^s p_1^s, \\ \frac{dp_2^s}{dt} &= \mu_1^s p_1^s, \end{aligned} \tag{1}$$

$$\sum_0^2 p_i^s = 1.$$

а на участке U_w :

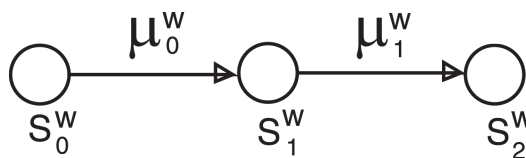


Рис. 2. Граф сукцессии на участке U_w

$$\begin{aligned} \frac{dp_0^w}{dt} &= -\mu_0^w p_0^w, \\ \frac{dp_1^w}{dt} &= \mu_0^w p_0^w - \mu_1^w p_1^w, \\ \frac{dp_2^w}{dt} &= \mu_1^w p_1^w, \end{aligned} \tag{2}$$

$$\sum_0^2 p_i^w = 1.$$

Избыток элементов на участке U_s ведёт к интенсификации потока событий, способствующих ускорению сукцессии. Поэтому мы полагаем, что

$$\mu_0^s > \mu_0^w. \tag{3}$$

Уравнения (1), (2) решаем при начальных данных

$$p_0^s(0) = 1, \quad p_1^s(0) = p_2^s(0) = 0, \quad p_0^w(0) = 1, \quad p_1^w(0) = p_2^w(0) = 0.$$

Решения имеют вид:

$$\begin{aligned} p_0^s(t) &= \mu_0^s e^{-\mu_0^s t}, \\ p_1^s(t) &= \frac{\mu_0^s}{\mu_1^s - \mu_0^s} [e^{-\mu_0^s t} - e^{-\mu_1^s t}], \\ p_2^s(t) &= 1 + \frac{1}{\mu_1^s - \mu_0^s} [\mu_0^s e^{-\mu_1^s t} - \mu_1^s e^{-\mu_0^s t}], \end{aligned} \quad (4)$$

и, соответственно,

$$\begin{aligned} p_0^w(t) &= \mu_0^w e^{-\mu_0^w t}, \\ p_1^w(t) &= \frac{\mu_0^w}{\mu_1^w - \mu_0^w} [e^{-\mu_0^w t} - e^{-\mu_1^w t}], \\ p_2^w(t) &= 1 + \frac{1}{\mu_1^w - \mu_0^w} [\mu_0^w e^{-\mu_1^w t} - \mu_1^w e^{-\mu_0^w t}]. \end{aligned} \quad (5)$$

Из условия (3) и первых уравнений в (4), (5) получаем, что

$$p_0^s(t) < p_0^w(t).$$

Это говорит о том, что восстановление мхов на участке U_s идёт быстрее, вероятность оставаться на стадии S_0 резко падает с течением времени по сравнению с участком U_w .

Считаем, что, оказавшись в стадии S_1 , растения участка U_s исчерпали преимущество в восстановлении, заключавшееся в избытке ряда элементов. Это предположение достаточно естественно, поскольку данный избыток очень незначительно превышал фоновый.

Сказанное математически оформляем как требование выполнения соотношений

$$\mu_1^s = \mu_1^w = \mu_1 > \mu_0^s > \mu_0^w. \quad (6)$$

Тогда имеем

$$p_1^s - p_1^w = \frac{1}{\frac{\mu_1}{\mu_0^s} - 1} [e^{-\mu_0^s t} - e^{-\mu_1 t}] - \frac{1}{\frac{\mu_1}{\mu_0^w} - 1} [e^{-\mu_0^w t} - e^{-\mu_1 t}] > 0,$$

поскольку в силу (6)

$$\frac{1}{\frac{\mu_1}{\mu_0^s} - 1} > \frac{1}{\frac{\mu_1}{\mu_0^w} - 1}, \quad [e^{-\mu_0^s t} - e^{-\mu_1 t}] > [e^{-\mu_0^w t} - e^{-\mu_1 t}],$$

а произведение двух больших чисел больше произведения соответственно двух меньших чисел.

Итак,

$$p_1^s(t) > p_1^w(t),$$

что говорит о том, что на участке U_s растения имеют больше шансов оказаться в «успешной» стадии сукцессии S_1 , чем на участке U_w .

2. Сукцессии на участке U_w

Растения (мхи) участка U_w в постпожарной стадии S_0^w оказались в более комфортной ситуации, или в менее «стрессовом» состоянии, чем мхи на участке U_s . Элементы здесь на фоновом уровне, и для восстановления они вынуждены обратиться к другому ресурсу выживания S_{01}^w .

Поэтому мы добавим ещё одну стадию S_{01}^w , обратившись к которой растения «подпитываются» перед переходом к стадии S_1^w . Её вероятность p_{01} и переход к ней идёт с вероятностью λ_0 , а обратный переход – с интенсивностью λ_1 .

Таким образом, имеем следующий граф:

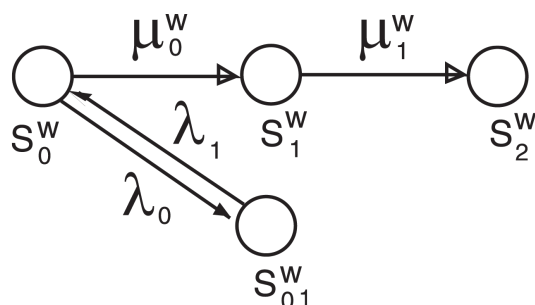


Рис. 3. Граф более «реальной» сукцессии на участке U_w

и соответствующие этому графу уравнения Колмогорова – Чепмена:

$$\begin{aligned} \frac{dp_0^w}{dt} &= -\mu_0^w p_0^w - \lambda_0^w p_0^w + \lambda_1^w p_{01}^w, \\ \frac{dp_1^w}{dt} &= \mu_0^w p_0^w - \mu_1^w p_1^w, \\ \frac{dp_2^w}{dt} &= \mu_1^w p_1^w, \\ \frac{dp_{01}^w}{dt} &= -\lambda_1^w p_{01}^w + \lambda_0^w p_0^w, \end{aligned} \tag{7}$$

$$\sum_0^2 p_i^w + p_{01}^w = 1.$$

Система уравнения (7) решается при начальных данных

$$p_0^w(0) = 1, \quad p_{01}^w = p_1^w(0) = p_2^w(0) = 0.$$

Комфортность пребывания на участке U_w можно охарактеризовать как условие малости интенсивностей λ_0^w, λ_1^w , или

$$\lambda_0^w \approx 0, \quad \lambda_1^w \approx 0. \tag{8}$$

В таком случае вместо системы (7) имеем систему

$$\begin{aligned}\frac{dp_0^w}{dt} &= -\mu_0^w p_0^w, \\ \frac{dp_1^w}{dt} &= \mu_0^w p_0^w - \mu_1^w p_1^w, \\ \frac{dp_2^w}{dt} &= \mu_1^w p_1^w, \\ \frac{dp_{01}^w}{dt} &= 0,\end{aligned}$$

решения которой не отличаются, в принципе, от того, что рассматривали выше в § 1. Поэтому и выводы о более успешной сукцессии сохраняются.

Конечно, отказ от условия (8) может повлиять на данный вывод, но это уже задача для ботаников, касающаяся выяснения того дополнительного ресурса выживания, к которому могли обратиться растения (мхи) на участке U_w и столь же успешно восстанавливаться, как и растения на участке U_s . Наблюдения, проведённые в заповеднике Утриш, этого не обнаружили. Там за год мхи на участке U_s успешно восстанавливались, чего не было на участке U_w .

3. Время сукцессии

Среднее время сукцессии $S_0 \rightarrow S_2$, согласно наблюдениям на участке U_s , заняло 1 год, а на U_w – 2 года.

Среднее время (в годах) переходов $S_0^s \rightarrow S_2^s$ и $S_0^w \rightarrow S_2^w$ можно оценить соответственно по формулам:

$$T_s = \frac{1}{\mu_0^s} + \frac{1}{\mu_1^s}, \quad T_w = \frac{1}{\mu_0^w} + \frac{1}{\mu_1^w}. \quad (9)$$

Интенсивности в нашем случае определяются двумя наблюдаемыми величинами:

Z_c – суммарное превышение содержания элементов в почве относительно фонового;

V_c – суммарное превышение содержания элементов в растениях относительно фонового.

Имеем формулу

$$\mu_0 = \frac{1}{2} \exp\left(\frac{1}{4} \frac{Z_c}{V_c}\right) \quad (\text{в годах}), \quad (10)$$

которая увязывает теоретическую интенсивность с конкретным геохимическим основанием, обуславливающим скорость сукцессии на участках.

Найдено, что для участка U_s величины $Z_c^s = 31, V_c^s = 8$, а для U_w – $Z_c^w = 6, V_c^w = 20$.

Примем, что $\mu_1^s = \mu_1^w = \mu_1 = 5$. Тогда $\mu = 5 > \mu_0^s = 1,32 > \mu_0^w = 0,54$ и

$$T_s = 0,75 + 0,2 = 0,95 < T_w = 1,85 + 0,2 = 2,05 \quad (\text{в годах}).$$

Таким образом, неравенства (6) выполняются и временные промежутки сукцессии совпадают с наблюдаемыми.

4. Заключение

Предложенная модель не предназначена для прогнозирования роста биомассы восстанавливаемой растительности (мхов), она говорит лишь о вероятностном переходе к новой стадии сукцессии.

Информация о текущем состоянии ценоза, «энергии восстановления» и о доступном ресурсе, стимулирующем восстановление, в этой модели заложена в значениях интенсивностей μ и λ . Интенсивности характеризуют поток однородных событий, стимулирующих смены стадий сукцессии, и нам удалось увязать теоретическую интенсивность с конкретным геохимическим основанием, обуславливающим скорость сукцессии на участках.

Данные замечания скорее относятся к уточнению сути предложенной модели сукцессии в заповеднике Утриш, чем к обоснованию её адекватности. Говорить об адекватности модели сложно, поскольку она носит скорее характер качественного объяснения того, что произошло в заповеднике, и не даёт количественных оценок непосредственно биологических трансформаций. Однако модель поясняет, что более быстрая успешная сукцессия на сильно погоревшем участке по сравнению с участками малоинтенсивного пожара вполне возможна, и в силу универсальности математики, данная модель приложима и к другим лесным сообществам, оказавшимся в зоне пожара.

Во всяком случае формулы (9), (10), при наличии сведений о суммарном накоплении элементов в почвах и растениях, позволяют вычислить срок наступления разных стадий сукцессии (условно активной и умеренной) в постпирогенных условиях и установить наиболее продуктивное время для внесения приведённого выше актуального перечня химических элементов, ведь формула (10) увязала интенсивности с накоплением элементов. Поэтому и время наступления новой стадии элементами и определяется. При этом следует помнить о вероятном характере предложенной математической модели, она выдаёт лишь средние, ожидаемые значения времени.

5. Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания «Эволюция окружающей среды и климата вследствие естественных причин и антропогенного воздействия» (FGRW-2021-0015, № государственной регистрации 122032300363-3).

ЛИТЕРАТУРА

1. Черненко С.П., Рогожина Е.В., Керимзаде В.В. Активность каталазы и уреазы как индикатор пирогенной нарушенности почв (заповедник Утриш, полуостров Абрау) // Субтропическое и декоративное садоводство. 2022. № 82. С. 222–236.
2. Венцель Е.С. Исследование операций. М. : Советское радио, 1972. 550 с.
3. Логофет Д.О. Марковские цепи как модели сукцессии: новые перспективы классической парадигмы // Лесоведение. 2010. № 2. С. 46–59.

4. Немчинова А.В. Признаки стохастической детерминированности автогенной сукцессии лесных экосистем в марковских моделях Россия // Компьютерные исследования и моделирование. 2016. Т. 8, № 2. С. 255–265.

**MATHEMATICAL MODELING OF GEOCHEMICAL TRANSFORMATION
OF THE SOIL AND VEGETATION COVER IN POST-SPIROGENOUS ZONES
OF DIFFERENT BURNING INTENSITY**

A.K. Guts

Dr.Sc. (Phys.-Math.), Leading Researcher, e-mail: aguts@mail.ru

L.V. Zaharhina

Dr.Sc. (Biology), Leading Researcher, e-mail: zlv63@yandex.ru

E.A. Vinitzkaya

Ph.D. (Chemistry), Junior Researcher, e-mail: elenashilko94@gmail.com

S.P. Chernenko

Junior Researcher, e-mail: chernenkosp@mail.ru

V.V. Kerimzade

Junior Researcher, e-mail: Kerimzade@ya.ru

Federal Research Centre the Subtropical Scientific Centre of the Russian Academy
of Sciences, Sochi, Russia

Abstract. A mathematical model is proposed that describes the situation the success of the first stage of succession for mosses in the zone of maximum according to the intensity of the fire in comparison with the course of succession in the zone low-intensity combustion.

Keywords: forest fires, Utrish reserve, moss succession, hemochemical transfer, fusion.

Дата поступления в редакцию: 22.01.23