

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования «Витебский государственный
университет имени П.М. Машерова»

НАУКА – ОБРАЗОВАНИЮ, ПРОИЗВОДСТВУ, ЭКОНОМИКЕ

*Материалы 73-й Региональной
научно-практической конференции преподавателей,
научных сотрудников и аспирантов*

Витебск, 11 марта 2021 г.

*Витебск
ВГУ имени П.М. Машерова
2021*

Рисунок 6 – Форма выбора упражнений на разные группы мышц

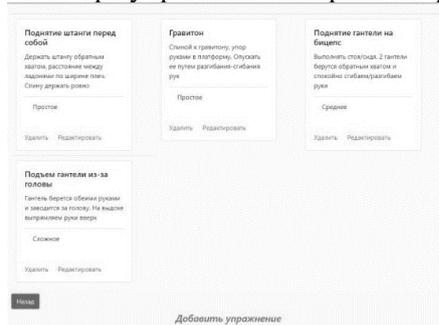


Рисунок 7 – Форма просмотра упражнений

Заключение. Содержание дисциплины «Современные информационные технологии» требует выполнения лабораторных работ в аудитории и самостоятельно. В результате приобретаются навыки практического использования программных средств информационных технологий, формируются умения принимать нестандартные решения в проблемных ситуациях, возникающих в тренерской работе и спорте.

1. Образовательный стандарт Республики Беларусь. Переподготовка руководящих работников и специалистов, имеющих высшее образование. Специальность 1-88 02 71 Тренерская работа (с указанием вида спорта) : ОСРБ 1-88 02 71 -2016 : утв. и введен в действие постановлением Министерства образования РБ от 01.08.2016 г. № 73 – 25 с.

2. Хведченя, Л.В. Прогнозирование содержания высшего образования в контексте вызовов современности // Л.В. Хведченя / Актуальные проблемы гуманитарного образования : материалы VII Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 22–23 окт. 2020 г. / Белорус. гос. ун-т ; редкол.: С.А. Важник (гл. ред.) [и др.]. – Минск : БГУ, 2020. – С. 52–61.

3. Оганджаниян, О.П. Современные информационные технологии : методические рекомендации / О.П. Оганджаниян, И.Р. Платов – Витебск : ВГУ имени П.М. Машерова, 2020. – 31 с.

АВТОИЗОМЕТРИИ ЧЕТЫРЕХМЕРНОЙ АЛГЕБРЫ ЛИ IV ТИПА БИАНКИ

*М.Н. Подоксёнов¹, А.К. Гуц²
¹Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова
²ОмГУ им. Ф.М. Достоевского*

В работе [1] были найдены все автоморфизмы двумерной и трехмерной алгебр Ли $\mathcal{A}(1)$ и $\mathcal{A}(1) \oplus \mathcal{R}$ и все способы задания лоренцевого скалярного произведения на них, при которых эти алгебры Ли допускают однопараметрическую группу автоподобий, а также найдены однопараметрические группы автоизометрий. Такая же задача для четырехмерной алгебры Ли $\mathcal{A}(1) \oplus \mathcal{R}^2$ решена в работе [2], а так же в работе [3] в случае задания евклидова скалярного произведения. Цель данной работы: найти автоизометрии ещё одной четырёхмерной алгебры Ли $\mathcal{A}(1) \oplus \mathcal{A}(1)$, при условии задания на ней евклидова скалярного произведения.

Материал и методы. Рассматривается алгебра Ли $\mathcal{G}_4 = \mathcal{A}(1) \oplus \mathcal{A}(1)$, относящаяся к IV типу Бианки. Среди автоморфизмов этой алгебры Ли выделяются те, которые сохраняют евклидово скалярное произведение (будем называть их автоизометриями). В исследовании применяются методы аналитической геометрии и линейной алгебры.

Результаты и их обсуждение. В подходящем базисе (E_1, E_2, E_3, E_4) коммутационные соотношения алгебры Ли $\mathcal{G}_4 = \mathcal{A}(1) \oplus \mathcal{A}(1)$ задаются двумя равенствами: $[E_3, E_1] = E_1$, $[E_4, E_2] = E_2$, а остальные скобки равны нулевому вектору. Будем называть такой базис каноническим. Двумерное подпространство \mathcal{H} , являющееся линейной оболочкой векторов E_1 и E_2 является производной алгеброй Ли $[\mathcal{G}_4, \mathcal{G}_4]$. Линейные оболочки векторов E_1, E_3 и E_2, E_4 обозначим соответственно \mathcal{L}_1 и \mathcal{L}_2 . Эти подпространства являются двумерными идеалами.

Векторное подпространство \mathcal{H} должно быть инвариантным относительно автоморфизмов алгебры Ли. Умножение каждого из векторов E_1 и E_2 на ненулевое число и замена векторов E_3, E_4 на $E_3 + \gamma E_1, E_4 + \delta E_2$ соответственно, не меняет операцию скобки. Поэтому, следующая замена базиса сохраняет операцию скобки.

$$\begin{aligned}
E'_1 &= \alpha E_1, \\
E'_2 &= \beta E_2, \\
E'_3 &= \gamma E_1 + E_3, \\
E'_4 &= \delta E_2 + E_4.
\end{aligned}$$

Тем самым, алгебра Ли G_4 допускает четырёхмерную группу автоморфизмов, которая она состоит из преобразований, которые задаются матрицами вида

$$\begin{pmatrix} \alpha & 0 & \gamma & 0 \\ 0 & \beta & 0 & \delta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$. Будем относить такие автоморфизмы к первому типу. Однако, одновременная перестановка векторов E_1 и E_2, E_3 и E_4 тоже, не меняет операцию скобки. Она задается матрицей вида

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Следовательно, композиция автоморфизмов, задаваемых матрицами (1) и (2) тоже является автоморфизмом алгебры Ли. Мы будем относить эти автоморфизмы ко второму типу. Они задаются матрицами вида

$$\begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 & \gamma \\ \beta & 0 & \delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha \neq 0, \beta \neq 0. \quad (3)$$

Предположим теперь, на алгебре Ли G_4 введено евклидово скалярное произведение. Любая автоизометрия алгебры Ли $f: G_4 \rightarrow G_4$ должна оставлять инвариантным подпространство \mathcal{H} . Поэтому его ортогональное дополнение \mathcal{H}^\perp тоже является инвариантным подпространством. Ограничение f на \mathcal{H} является ортогональным преобразованием. Прибавляя к E_3 вектор E_1 , домноженный на некоторое число, мы можем добиться того, что $E_3 \perp E_1$. Аналогично, можно добиться, что $E_4 \perp E_2$. Мы сохраним старые обозначения для новых векторов.

Изменение длин любых векторов, E_1, E_2 не меняет операцию скобки, поэтому векторы E_1, E_2 можно сделать единичными. В итоге, мы можем привести матрицу Грама, путём выбора нового канонического базиса к виду

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 1 & g_{12} & 0 & g_{14} \\ g_{12} & 1 & g_{23} & 0 \\ 0 & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & 0 & g_{43} & g_{44} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где $g_{33} > 0, \begin{vmatrix} g_{33} & g_{34} \\ g_{43} & g_{44} \end{vmatrix} > 0$. Будем обозначать новый базис по-прежнему (E_1, E_2, E_3, E_4) .

Любая автоизометрия первого типа должна оставлять инвариантными все три идеала $\mathcal{H}, \mathcal{L}_1$ и \mathcal{L}_2 , сохранять направления и длины векторов E_3, E_4 , сохранять длины векторов E_1, E_2 , а направления последних, либо сохранять, либо менять на противоположные. Получаем что алгебра Ли допускает в качестве автоизометрий первого типа только преобразования, которые задаются в каноническом базисе матрицей (1) с $\alpha = \pm 1, \beta = \pm 1, \gamma = \delta = 0$. Аналогично, автоизометриями второго являются только преобразования, которые задаются в каноническом базисе матрицей (2) с теми же ограничениями.

Итак, мы доказали следующую теорему.

Теорема. 1. Полная группа автоморфизмов алгебры Ли $\mathcal{A}(1) \oplus \mathcal{A}(1)$ является четырёхмерной и состоит из преобразований, которые задаются в каноническом базисе матрицами вида (1) или (3) при $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$.

2. Матрицу Грама евклидова скалярного произведения с помощью автоморфизмов алгебры Ли можно привести к виду (4) в каноническом базисе.

3. В этом базисе любая из автоизометрий алгебры Ли задается одной из матриц

$$\begin{pmatrix} \pm 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \pm 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & \pm 1 & 0 & 0 \\ \pm 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Автоподобий рассматриваемая алгебра Ли не допускает.

Заключение. В данной работе мы нашли полную группу автоморфизмов четырёхмерной алгебры Ли $\mathcal{A}(1) \oplus \mathcal{A}(1)$, определили, к какому каноническому виду можно привести матрицу Грама евклидова скалярного произведения, заданного в этой алгебре Ли, и нашли полную группу автоизометрий рассматриваемой алгебры Ли. Оказывается, рассматриваемая алгебра Ли не допускает однопараметрических групп автоизометрий. Это означает, что связное однородное многообразие группы Ли $\mathcal{A}^+(1) \times \mathcal{A}^+(1)$, снабженной левоинвариантной римановой метрикой не допускает однопараметрических групп движений, обладающих стационарной точкой.

1. Подоксёнов, М.Н. Самоподобные однородные двумерное и трёхмерное лоренцевы многообразия / М.Н.Подоксёнов // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта ім. П.М. Машэрава, 2018.- №2(99).- С.14-19.

2. Подоксёнов, М.Н. Автоизометрии и автоподобия алгебры Ли $\mathcal{A}(1) \oplus \mathcal{A}^2$ / М.Н.Подоксёнов, В.В.Черных // Математические структуры и моделирование, 2020. - № 1(53). - С. 25-30.

3. Подоксёнов М.Н. Автоизометрии алгебры Ли $\mathcal{A}(1) \oplus \mathcal{A}^2$ / М.Н. Подоксёнов, А.К. Гуц // Наука – образованию, производству, экономике: материалы 72-й Региональной научно-практической конференции преподавателей, научных сотрудников и аспирантов, Витебск, 20 февраля 2020 г. Витебск : ВГУ им. П.М. Машерова, 2020. С. 27-29.

ЗАДАЧА ШТУРМА–ЛИУВИЛЛЯ СО СТУПЕНЧАТЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

С.А. Прохожий

Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова

Задачей Штурма–Лиувилля называется задача нахождения нетривиальных решений дифференциального уравнения

$$-y'' + q(x)y = \lambda y, \quad x \in [0, \pi], \quad (1)$$

удовлетворяющих граничным условиям

$$y(0) = y(\pi) = 0, \quad (2)$$

где $q(x)$ – вещественная функция, называемая потенциалом, λ – действительное число. Эта задача хорошо изучена для $q(x) \equiv 0$ [1], при этом задача (1), (2) имеет нетривиальные решения лишь для собственных значений

$$\lambda = \lambda_n = n^2, \quad n \in \mathbf{Z},$$

называемых спектром. Случай $q(x) \equiv q_0 = const$ сводится к предыдущему заменой $\bar{\lambda} = \lambda - q_0$. Особый интерес представляет случай так называемого ступенчатого потенциала

$$q(x) = \begin{cases} a, & x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \\ 0, & x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right], \end{cases}$$

где $a > 0$ – вещественное число. Данная задача эквивалентна построению нетривиальных решений $y_1(x)$ и $y_2(x)$ следующих задач:

$$-y_1'' + ay_1 = \lambda y_1, \quad x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], \quad y_1(0) = 0, \quad (3)$$

$$-y_2'' = \lambda y_2, \quad x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right], \quad y_2(\pi) = 0, \quad (4)$$