МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Ф.М. ДОСТОЕВСКОГО

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Сборник материалов
VIII Международной научной конференции,
посвященной памяти А.Л. Иозефера

(Омск, 20 ноября 2020 г.)

ISBN 978-5-7779-2521-3

Омск

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
УНИВЕРСИТЕТА

2020

УДК 530.01

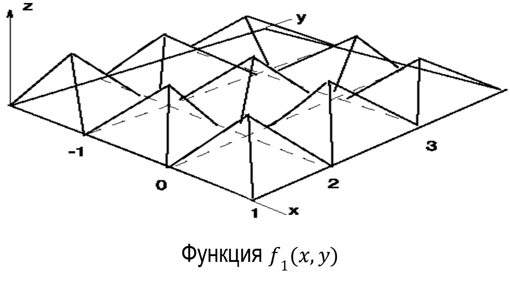
А.К. Гуц

Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
г. Омск, Россия

ОПИСАНИЕ РАСПАДА ПРОСТРАНСТВА НА «АТОМЫ ПРОСТРАНСТВА»

Мы покажем каким-образом можно математически смоделировать распад пространства на бесконечное число несвязных друг с другом кусочков, т. е. на «атомы пространства». В какой-то мере этот процесс отвечает полной потери сцепленности (запутанности) частей бесконечно удаленной конформной границы пространства (балка) в теории голографической вселенной.

1. «Исчезновение» плоскости. Прежде всего разорвем на «атомы» плоскость. Для описания изменения топологии плоскости $\mathbb{R}^2$, ведущей к потери связности и распада плоскости на квадраты с целочисленными координатами вершин (k, m), $k, m \in Z$ квадратов, по аналогии с предыдщщим параграфом вводим семейство функция $z = f_t(x, y)$, причем при $t < 1$ $f_t(x, y) \in C^\infty$, $\mathrm{f}_0(\mathrm{x}, \mathrm{y}) \equiv 1$, $0 < \mathrm{f}_\mathrm{t}(\mathrm{x}, \mathrm{y}) \leq 1$, $\mathrm{f}_\mathrm{t}\left(\frac{\mathrm{k}}{3}, \frac{\mathrm{m}}{2}\right) = 1$, $\mathrm{f}_\mathrm{t}(\mathrm{x}, \mathrm{y}) >$ $> \mathrm{f}_{\mathrm{t}'}(\mathrm{x}, \mathrm{y})(\mathrm{t} < \mathrm{t}')$, $f_1(x, y) < f_t(x, y)$, $\lim\limits_{t \to 1-0} f_t(x, y) =$ $= f_1(x, y)$ и функция $f_1(x, y)$ показана на рис.



Функция $f_1(x, y)$

Мы видим, что функция $f_1(x,y)$ теряет гладкость на прямых $x = k$ и $y = m$, по которым будем разрывать плоскость.

Точки (a,b) и (c,d) считаем эквивалентными, если $a = c = k/2$ и $b = d = m/2$. Если этот случай не имеет места, то $(a,b),(c,d) \in \mathbb{R}^2$ назовем t-эквивалентными, если

1) $a = b$, $c = d$;

2) $f_t(a,b) = f_t(c,d)$;

3) $\lim\limits_{\substack{x\to a-0\\ y\to b-0}} \frac{\partial f_t}{\partial x}(x,y) = \lim\limits_{\substack{x\to c+0\\ y\to d+0}} \frac{\partial f_t}{\partial x}(x,y)$,

$$\lim_{\substack{x\to a-0\\ y\to b-0}} \frac{\partial f_t}{\partial y}(x,y) = \lim_{\substack{x\to c+0\\ y\to d+0}} \frac{\partial f_t}{\partial y}(x,y).$$

Профакторизуем пространство $\mathbb{R}^2$ по введенному отношению эквивалентности $\sim_t$. Получаем фактор-пространство $\Gamma_t = \mathbb{R}/_{\sim_t}$.

Нетрудно увидеть, что это фактор-пространство Γ_t при $t < 1$ гомеоморфно плоскости $\mathbb{R}^2$, а при $t = 1$ – несвязному пространству, состоящего из счетного числа компонент связности S_α, каждая из которых гомеомоhфна квадрату $[0,1] \times [0,1]$. Другими словами, плоскость распалась на счетное объединение непересекающихся квадратов, т. е. на «атомы» пространства $S_\alpha = [k_+,(k+1)_-]$, $k \in Z$:

$$\mathbb{R}^2 \to \Gamma_1 = \cup_{\alpha\in Z} S_\alpha.$$

2. «Исчезновение» пространства. Для описания изменения топологии плоскости $\mathbb{R}^3$, ведущей к потери связности и распада плоскости на квадраты с целочисленными координатами вершин $(\mathrm{k,m,n})$, $\mathrm{k,m,n} \in \mathrm{Z}$ кубов, по аналогии с предыдущим параграфом вводим семейство функция $\mathrm{u = f_t(x,y,z)}$, причем при $\mathrm{t < 1}$ $\mathrm{f_t(x,y,z) \in C^\infty}$, $\mathrm{f_0(x,y,z) \equiv 1}$, $\mathrm{0 < f_t(x,y,z) \le 1}$, $\mathrm{f_t(k/3, m/2, n/2) = 1}$, $f_t(x,y,z) > f_{t'}(x,y,z)$ $(t < t')$, $f_1(x,y,z) < f_t(x,y,z)$, $\lim\limits_{t\to 1-0} f_t(x,y,z) = f_1(x,y,z)$ и функция $u = f_1(x,y,z)$ строится по аналогии с предыдущей функцией $f_1(x,y)$. Но показать ее затруднительно, поскольку ее график выходит в 4-е измерение u. Функция $f_1(x,y,z)$ теряет гладкость на плоскостях $x = k$, $y = m$ и $z = n$, по которым будем разрывать пространство на кубы.

Точки (a, b, v) и (c, d, w) считаем эквивалентными, если $a = c = k/2$ и $b = d = m/2$ и $v = w = n/2$.

Если этот случай не имеет места, то $(a, b, v), (c, d, w) \in \mathbb{R}^2$ назовем t-эквивалентными, если

1) $a = b,\ c = d,\ v = w$;
2) $f_t(a, b, v) = f_t(c, d, w)$;
3) $\lim\limits_{\substack{x \to a-0 \\ y \to b-0 \\ z \to v-0}} \frac{\partial f_t}{\partial x}(x, y, z) = \lim\limits_{\substack{x \to c+0 \\ y \to d+0 \\ z \to w+0}} \frac{\partial f_t}{\partial x}(x, y, z)$,

$$\lim_{\substack{x \to a-0 \\ y \to b-0 \\ z \to w-0}} \frac{\partial f_t}{\partial y}(x, y, z) = \lim_{\substack{x \to c+0 \\ y \to d+0 \\ z \to w+0}} \frac{\partial f_t}{\partial y}(x, y, z),$$

$$\lim_{\substack{x \to a-0 \\ y \to b-0 \\ z \to v-0}} \frac{\partial f_t}{\partial z}(x, y, z) = \lim_{\substack{x \to c+0 \\ y \to d \\ z \to w+0}} \frac{\partial f_t}{\partial z}(x, y, z).$$

Профакторизуем пространство $\mathbb{R}^3$ по введенному отношению эквивалентности $\sim_t$. Получаем фактор-пространство $\Gamma_t = \mathbb{R}/_{\sim_t}$. Нетрудно увидеть, что это фактор-пространство Γ_t при $t < 1$ гомеоморфно пространству $\mathbb{R}^3$, а при $t = 1$ – несвязному пространству, состоящего из счетного числа компонент связности Q_α, каждая из которых гомеоморфна кубу $[0,1] \times [0,1] \times [0,1]$.

Другими словами, плоскость распалась на счетное объединение непересекающихся кубов, т. е. на «атомы» пространства Q_α:

$$\mathbb{R}^3 \to \Gamma_1 = \cup_{\alpha \in Z} Q_\alpha.$$

Непрерывно деформируя плоскости $x = k$, $y = m$ и $z = n$, мы можем привести ситуацию к разрыва пространства на деформированные кубы разной формы и размера.