

## ОБНАРУЖЕНИЕ И ВЫДЕЛЕНИЕ ПОЛЕЗНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ СБРОСАХ ПЕРВИЧНЫХ ЧАСТИЦ

**А.К. Гуц**

д.ф.-м.н., профессор, e-mail: guts@omsu.ru

**В.Н. Иванов**

к.ф.-м.н., доцент, e-mail: guts@omsu.ru

Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, Омск, Россия

**Аннотация.** Изучается проблема передачи сигналов с помощью сбросов потоков первичных частиц. Подсчитывается вероятность регистрации таких сигналов, а также выделения их на фоне пуассоновских шумов. Обсуждается моделирование подобных полезных сигналов и шумов с помощью ЭВМ.

**Ключевые слова:** сбросы первичных частиц, передача сигналов, пуассоновские сигналы и шумы, регистрация полезных сигналов.

### Введение

Пусть дан генератор<sup>1</sup> импульсов первичных частиц. Каждый импульс порождает один или несколько дискретных полезных сигналов и длится время  $\tau$ . Совокупность дискретных сигналов, поданных на отрезке времени длительностью  $\tau$ , будем называть *посылкой*. Генератор работает периодически с периодом  $T_0 \gg \tau$ , производя *сбросы* импульсов первичных частиц. Каждый *сброс* состоит из  $m$  посылок и длится время  $T$ . Отрезок времени между посылками один и тот же и равен  $d$ .

Итак, генератор порождает дискретные сигналы, представленные на рис. 1.

Каждая посылка состоит из нескольких дискретных сигналов, подаваемых в моменты времени  $\{\tau_k\}_{k=1}^n$  разной мощности (рис. 2). Эти сигналы могут быть использованы для передачи вполне определённой информации.

Будем предполагать, что моменты времени  $\{\tau_k\}$  образуют *пуассоновский поток* событий.

Пуассоновский поток событий характеризуется среди всех иных потоков событий (геометрически представляемых случайными наборами точек на оси времени) свойствами ординарности и отсутствия последствия [1].

Поток событий называется ординарным, если вероятность осуществления на бесконечно малом отрезке времени  $\Delta t$  двух, трёх и более событий  $P_{t,\Delta t}(i)$

---

<sup>1</sup>Генератором может быть ускоритель элементарных частиц.

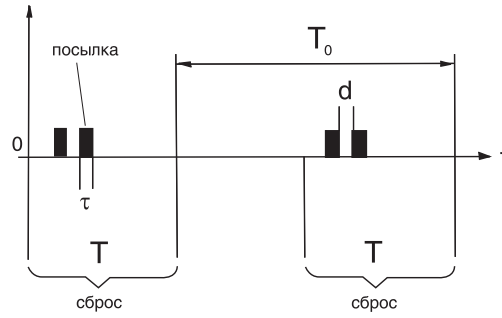


Рис. 1. Сбросы посылок генератором

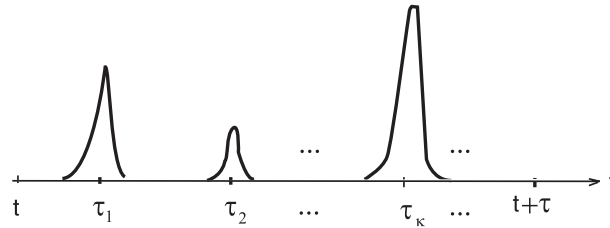


Рис. 2. Посылка

( $i = 1, 2, \dots$ ) пренебрежимо малы по сравнению с вероятностью  $P_{t,\Delta t}(1)$  одного события, т. е.

$$P_{t,\Delta t}(1) \gg P_{t,\Delta t}(i), \quad (i = 1, 2, \dots). \quad (1)$$

Физически условие (1) означает, что ординарный поток — это поток относительно редких событий. Так как для интервала событий  $(t, t + \tau)$  справедливо соотношение

$$P_{t,\tau}(0) + P_{t,\tau}(1) + \sum_{i=2}^{\infty} P_{t,\tau}(i) = 1, \quad (2)$$

где  $P_{t,\tau}(0)$  — вероятность того, что на участке не произойдёт ни одного события.

С учётом (1) из (2) при  $T = \Delta t$  находим

$$P_{t,\tau}(0) + P_{t,\tau}(1) \approx 1.$$

Свойство отсутствия последствия означает, что для любых неперекрывающихся участков длиной  $\tau_1$  и  $\tau_2$  число событий, случившихся на одном из них, не зависит от того, сколько событий произошло на другом. По существу это свойство говорит о том, что пуассоновский поток событий — это процесс Маркова.

Используя эти свойства, можно показать, что число событий, попадающих на интервал  $(t, t + \tau)$ , распределено по закону Пуассона

$$P_{t,\tau}(m) = \frac{[\Lambda(t, \tau)]^m}{m!} e^{-\Lambda(t, \tau)},$$

где  $\Lambda(t, \tau)$  — среднее число событий, наступающих на интервале  $(t, t + \tau)$ .

Для так называемого стационарного потока

$$\Lambda(t, \tau) = \lambda\tau, \quad \lambda = \text{const.}$$

Число  $\lambda$  называется интенсивностью потока.

Если  $\chi$  — интервал времени между двумя соседними событиями в стационарном пуассоновском потоке, то  $\chi$  — случайная величина с функцией распределения

$$F_\chi(t) = 1 - e^{-\lambda t}.$$

Кроме полезных сигналов предполагается наличие шумов, которые представляют собой сигналы, происходящие в моменты времени  $\{\sigma_k\}_{k=1}^\infty$ , принадлежащие другому стационарному пуассоновскому потоку событий с интенсивностью  $\mu$ . Такой шум называется пуассоновским.

Задачи, которые предстоит решить, заключаются в следующем:

А) при заданных числах  $\tau, T, T_0, \mu, \lambda$  оценить вероятность регистрации некоторым детектором полезного сигнала (отличив его от шума с ошибкой, не превышающей  $10^{-4}$ ) за время одной посылки, сброса, нескольких сбросов, производимых генератором;

В) построить математические модели полезных сигналов и шумов в виде случайных процессов  $\theta(t)$  и  $\Delta(t)$ , и на их основе решить задачу фильтрации, то есть оценки  $\hat{\theta}(t)$  и полезного сигнала, используя при этом только измеряемые детектором сигналы вида  $\xi(t) = \theta(t) + \Delta(t)$ ;

С) смоделировать на ЭВМ полезный сигнал, шум, регистрируемый сигнал с вычислением вероятности выделения полезного сигнала.

В дальнейшем предполагается, что благодаря решённой задаче С) будут на основе моделей из задачи В) проведены машинные эксперименты по решению задачи фильтрации и определена статистическая вероятность выделения полезного сигнала.

## 1. Оценки вероятности выделения полезного дискретного сигнала на фоне пуассоновского шума

### 1.1. Некоторые общие сведения о распределении Пуассона

Пусть необходимо узнать, какова вероятность  $P_k(t)$  того, что за промежуток времени  $t$  произойдёт  $k$  событий. При этом известно, что выполняется ряд условий:

1) произойдёт или не произойдёт событие в момент времени  $t$ : не зависит от событий, предшествующих моменту  $t$ ;

2) вероятность отдельного события за малый интервал времён  $\delta t$  возрастёт пропорционально длительности этого интервала. Иными словами, вероятность отдельного события за промежуток времени  $(t, t + \delta t)$  равна  $\mu\delta t + o(\delta t)$ , где  $\mu$  — константа, а  $o(\delta t)$  — величина более высокого порядка малости по сравнению с  $\delta t$ ;

3) вероятность двух или большего числа событий за тот же промежуток времени  $(t, t + \delta t)$  равна нулю:  $0 + o(\delta t)$ .

Исходная вероятность подчиняется распределению Пуассона, которое легко вычислить.

Для этого сравним вероятности  $P(t)$  и  $P(t + \delta t)$   $k$  событий в промежутки времени  $(0, t)$  и  $(0, t + \delta t)$ , соответственно.

За промежуток времени  $(0, t + \delta t)$  не произойдёт ни одного события, если не будет событий в интервалах  $(0, t)$  и  $(t, t + \delta t)$ , т. е.

$$P_0(t + \delta t) = P_0(t)(1 - \mu\delta t + o(\delta t)). \quad (1.1)$$

(Индекс у  $P(t)$  указывает на число событий.)

Устремив  $\delta t$  к нулю, получим дифференциальное уравнение:

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{P_0(t + \delta t) - P_0(t)}{\delta t} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \left( -\mu P_0(t) + \frac{o(\delta t)}{\delta t} \right) \quad (1.2)$$

или

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\mu P_0(t). \quad (1.3)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$\ln P_0(t) = -\mu t + const \quad (1.4)$$

или

$$P_0(t) = A \exp(-\mu t). \quad (1.5)$$

При  $t \rightarrow 0$  вероятность того, что ни одно событие не успеет произойти, стремится к единице ( $P_0(0) = 1$ ). Поэтому имеем  $A = 1$ . Окончательно

$$P_0(t) = \exp(-\mu t). \quad (1.6)$$

Это вероятность того, что за время  $t$  не будет ни одного события.

Рассмотрим теперь вероятность того, что в промежутке времени  $(0, t + \delta t)$  произойдёт одно событие.

Здесь имеются две возможности: либо событие произошло в интервале  $(0, t)$ , либо в интервале  $(t, t + \delta t)$ . Отсюда

$$P_1(t + \delta t) = P_1(t)[1 - \mu\delta t + o(\delta t)] + P_0(t)[\mu\delta t + o(\delta t)], \quad (1.7)$$

$$\frac{P_1(t + \delta t) - P_1(t)}{\delta t} = -\mu P_1(t) + \mu P_0(t) + \frac{o(\delta t)}{\delta t}. \quad (1.8)$$

Откуда получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -\mu P_1(t) + \mu \exp(-\mu t). \quad (1.9)$$

Решением этого уравнения является выражение

$$P_1(t) = \mu t \exp(-\mu t). \quad (1.10)$$

Соотношения (1.1)–(1.10) позволяют написать общее дифференциальное уравнение для вероятности  $P_k(t)$ .

Нетрудно видеть, что

$$\frac{dP_k(t)}{dt} = -\mu P_k(t) + \mu P_{k-1}(t). \quad (1.11)$$

Откуда имеем

$$P_k(t) = \frac{(\mu t)^k}{k!} \exp(-\mu t). \quad (1.12)$$

Распределение (1.12) даёт вероятность того, что за время  $t$  произойдёт  $k$  событий.

Заметим, что

$$\sum_{k=0}^{\infty} P_k(t) = \exp(-\mu t) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\mu t)^k}{k!} = 1, \quad (1.13)$$

что и следовало ожидать.

Полученное выше соотношение (1.12) называется *распределением Пуассона*.

Отметим, что распределение Пуассона может быть получено и как предельная форма так называемого *биномиального распределения*.

## 1.2. Генерация дискретного сигнала

Дискретный сигнал, который необходимо выделить на фоне шума, распределение вероятности которого описывается законом Пуассона, также должен подчиняться некоторым статистическим закономерностям.

Отметим их:

1) дискретный сигнал (будем также называть его полезным сигналом) представляет собой случайный процесс;

2) в силу условий генерации: полезный сигнал возбуждается П-образным, длительностью  $\tau$ , импульсом первичных частиц (посылкой). Среднее число полезных дискретных сигналов в единицу времени равно  $\lambda$  — интенсивности, входящей в качестве параметра в закон Пуассона. Если  $n$  — среднее число полезных сигналов за время  $\tau$ , то  $n = \lambda\tau$ ;

3) в принципе, за время  $\tau$  может возникать от 0 до  $\infty$  полезных сигналов;

4) поскольку посылки (первичные импульсы) повторяются, то при наблюдении за системой в режиме «сжатого времени», т. е. только во время, когда идёт первичное излучение, формально можно рассматривать полезный сигнал как случайный процесс с пуассоновским распределением вероятности.

## 1.3. Детектирование сигнала

1. Будем полагать, что детектирующее устройство может быть синхронизировано с генератором полезного сигнала, т. е. детектор включается во время П-образного импульса и отключается во время пауз между импульсами.

2. Детектор реагирует в течение времени  $\tau$  на первый дискретный сигнал, независимо от того, является ли этот сигнал полезным или случайным шумом. Все остальные дискретные импульсы детектор «не замечает», т. к. они попадают в «мёртвое время» счётчика.

#### 1.4. Идентификация полезного сигнала

В силу сделанных предположений о характере сигнала, его детектировании наиболее естественным представляется следующий способ идентификации полезного сигнала. Генератор работает в режиме «сжатого времени», т. е. только тогда, когда включён генератор полезных сигналов. Под регистрацией сигнала за время  $t$  понимается работа детектора в двоичном режиме. Нет срабатывания — тогда имеем «0»; есть хотя бы одно срабатывание — «1» (при этом число срабатываний сверху не ограничивается). Заметим, что срабатывание детектора может происходить при этом и от помех.

Будет считаться, что сигнал принят, если с заданной вероятностью  $P_1$  детектор срабатывает за время  $T$  хотя бы 1 раз.

Будет считаться, что принятый сигнал полезный, если вероятность срабатывания детектора от помех  $P_2$  меньше вероятности срабатывания от полезного сигнала в заданное число раз.

В силу свойств распределения Пуассона вероятность того, что за время  $T$  детектор не срабатывает при наличии полезного сигнала, определяется формулой (1.6):

$$(P_0)_{\Pi} = \exp(-\lambda T). \quad (1.6')$$

Следовательно, вероятность того, что детектор при наличии полезного сигнала срабатывает хотя бы один раз, определяется, согласно (1.13), соотношением:

$$P_{\Pi} = 1 - \exp(-\lambda T). \quad (1.14)$$

В то же время, если рассматривать другой случайный процесс — срабатывание детектора за счёт пуассоновского шума с математическим ожиданием  $\mu$ , — то вероятность срабатывания может быть представлена формулой

$$P_{\text{ш}} = 1 - \exp(-\mu T). \quad (1.15)$$

Однако пользоваться формулами (1.14) и (1.15) для целей идентификации полезного сигнала можно лишь как оценочными. Дело в том, что они получены в предположении существования только одного случайного процесса и не учитывают, что оба они — генерация полученного сигнала и шум — существуют одновременно. Поэтому, пользуясь статистическим определением вероятности, несколько модернизируем их.

Пусть можно наблюдать за некоторой системой, где протекают два независимых случайных процесса пуассоновского типа. Выведем аналогичные (1.1)–(1.15) формулы срабатывания генератора.

Вероятность срабатывания детектора от полезного сигнала за время  $\delta t$  ( $\delta t \rightarrow 0$ ) можно оценить как

$$P_{\Pi} \sim \lambda \delta t + o(\delta t). \quad (1.16)$$

Вероятность срабатывания детектора от действия случайного шума за то же время определяется соотношением:

$$P_{\text{ш}} \sim \mu \delta t + o(\delta t). \quad (1.17)$$

Полная вероятность срабатывания детектора, следовательно, равна

$$P = P_{\text{п}} + P_{\text{ш}} \sim (\lambda + \mu) \delta t + o(\delta t). \quad (1.18)$$

Выведем уравнение, аналогичное уравнению (1.3). Пусть  $P_0(t + \delta t)$  — вероятность того, что за время  $t + \delta t$  не пройдёт ни одного события. Тогда

$$P_0(t + \delta t) = P_0(t)(1 - \mu_0 \delta t + o(\delta t)), \quad (1.19)$$

где  $\mu_0 = \lambda + \mu$ . Отсюда получаем, что  $P_0(t)$  подчиняется уравнению

$$\frac{dP_0}{dt} = -\mu_0 P_0. \quad (1.3')$$

Решением этого уравнения является соотношение (1.6). Таким образом, вероятность того, что за время  $T$  детектор срабатывает, определяется формулой

$$P(t) = 1 - \exp[-(\lambda + \mu)T], \quad (1.20)$$

которая по структуре совпадает с (1.14), (1.15), но не разделяет причины такого срабатывания.

Преобразуем формулу (1.20), сделав разумные допущения о том, что  $\mu \ll \lambda$ , (идеальным был бы случай  $\mu = 0$ , но шум определяется естественными причинами и принципиально не устраним).

Время наблюдения  $T$  таково, что  $P(T) \rightarrow 1$ ;  $\mu T \ll 1$ .

Тогда

$$\begin{aligned} P(T) &\approx 1 - \exp(-\lambda T)(1 - \mu T) = 1 - \exp(-\lambda T) + \mu T \exp(-\lambda T) = \\ &= P_{\text{п}} + (1 + \mu T - 1) \exp(-\lambda T) \approx P_{\text{п}} + \exp(-\lambda T)(1 - \exp(-\mu T)) = \\ &= P_{\text{п}} + P_{\text{ш}} \exp(-\lambda T) = P_{\text{п}} + P_{\text{ш}} - P_{\text{п}} P_{\text{ш}}. \end{aligned} \quad (1.21)$$

Пользуясь формулами (1.20), (1.21) можно определить, чему должно равняться время  $T$  (или, что практически то же самое, сколько П-образных импульсов должно произойти ( $T = m\tau$ ), чтобы с заданной вероятностью  $P_1$  детектор сработал хотя бы один раз (верхняя граница срабатываний, как уже указывалось, не ограничена):

$$P_1 = P(m\tau) = 1 - \exp[-(\lambda + \mu)m\tau], \quad (1.22)$$

$$-(\lambda + \mu)m\tau = \ln(1 - P_1),$$

$$m = -\frac{\ln(1 - P_1)}{(\lambda + \mu)\tau}. \quad (*)$$

Формула (\*) даёт оценку для числа посылок в сбросе. Посылка в сбросе может быть и больше, чем то, на которое указывает число справа в формуле (\*). Поэтому вместо формулы (\*) можно работать с формулой

$$m \geq -\frac{\ln(1 - P_1)}{(\lambda + \mu)\tau}. \quad (1.23)$$

Из этой формулы, с учётом того, что  $\lambda > \mu$  окончательно, записываем

$$m > -\frac{\ln(1 - P_1)}{\lambda\tau(1 + \frac{\mu}{\lambda})} \approx -\frac{\ln(1 - P_1)}{n}, \quad (1.24)$$

где  $n$  — среднее число полезных сигналов за время одного первичного импульса.

Полученная формула даёт нижнюю границу числа первичных импульсов, необходимых для того, чтобы с заданной вероятностью детектор сработал.

Однако, как это следует из вышеизложенного, среди причин срабатывания детектора может быть и помеха. Причём, очевидно, вероятность срабатывания детектора за счёт шума увеличивается с ростом  $T$ . Поэтому число импульсов должно быть ограничено сверху числом  $k$ . Сделаем соответствующую оценку числа  $k$ .

Пусть известно, что на  $N$  регистраций сигнала детектором имеем  $N_1$  полезных, а  $N_2$  — за счёт шума (паразитные сигналы). Причём задано, что

$$\frac{N_2}{N_1} \leq \eta \quad (\eta \rightarrow 0). \quad (1.25)$$

Встаёт вопрос, как обеспечить соотношение (1.25)? Перейдём на «язык вероятностей». Имеем

$$\begin{aligned} \frac{N_2}{N_1 + N_2 - N_2} &= \frac{N_2}{N - N_2} = \frac{N_2}{N(1 - \frac{N_2}{N})} = \frac{P_{\text{ш}}}{1 - P_{\text{ш}}} \approx \\ &\approx \frac{1 - e^{-k\mu\tau}}{e^{-k\mu\tau}} = e^{k\mu\tau} - 1 < \eta, \end{aligned} \quad (1.26)$$

где  $k$  — максимальное число посылок в сбросе,  $T = k\tau$ .

Откуда

$$\begin{aligned} e^{k\mu\tau} &\leq 1 + \eta, \\ k\mu\tau &\leq \ln(1 + \eta) \approx \eta, \quad \eta \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (1.27)$$

Получаем

$$k \leq \frac{\eta}{\mu\tau}. \quad (1.28)$$

Учитывая, что  $\mu = n_{\text{ш}}/\tau$ , где  $n_{\text{ш}}$  — среднее число случайных импульсов за время  $\tau$ , запишем

$$k \leq \frac{\eta}{n_{\text{ш}}}. \quad (1.29)$$



Сравнивая (1.24) и (1.29), окончательно имеем:

$$-\frac{\ln(1 - P_1)}{n} < m < \frac{\eta}{n_{\text{ш}}}. \quad (1.30)$$

Формула (1.30) даёт возможность оценить необходимую мощность источника полезных сигналов:

$$n > n_{\text{ш}} \ln(1 - P_1)^{-(1/\eta)}. \quad (1.31)$$

Полученные формулы дают оценки для числа импульсов и интенсивности источника, необходимых для идентификации полезного сигнала. Однако возможны случаи, когда соотношения (1.24) и (1.29) несовместимы. И здесь появляется необходимость в проведении дополнительных мероприятий по повышению надёжности идентификации полезного сигнала.

Рассмотрим один из возможных путей повышения надёжности.

Поскольку допустимы различные случаи, необходимо их обговорить:

1) первый и наиболее простой заключается в том, что число П-образных импульсов в единичной посылке недостаточно для обеспечения неравенства (1.24). Тогда для его выполнения достаточно повторить необходимое число раз посылку первичных импульсов, работая по-прежнему в режиме «сжатого времени».

2) более сложный случай, когда условие (1.24) выполняется, но при этом число П-образных импульсов превосходит оценку (1.29).

В этом случае  $P_2 = N_2/N$  — вероятность ошибки (срабатывание детектора за счёт шума) при одной серии. Если повторить серию, то при дублировании сигнала вероятность ошибки уменьшится:

$$P = P_2^2. \quad (1.32)$$

Если повторять сигнал (серию первичных П-образных импульсов)  $l$  раз, то вероятность ошибки будет определяться формулой

$$P = P_2^l, \quad (1.33)$$

и при росте  $l$  вероятность  $P \rightarrow 0$ , т. е. можно подойти к необходимой достоверности сигнала.

### 1.5. Оценки и выводы

Воспользуемся полученными выше формулами для численной оценки необходимого числа посылок.

Сначала вспомним о нижней границе

$$m > -\frac{\ln(1 - P_1)}{n}, \quad (1.24)$$

где  $n$  — среднее число сигналов, генерируемых за одну посылку.

Возьмём для оценки число  $n = 4$ . Вероятность  $P_1$  также задана  $P_1 = 0,9999$ . Подстановкой этих констант в (1.24) получаем

$$m > -\frac{\ln 10^{-4}}{4} = \ln 10 > 2. \quad (1.34)$$

Таким образом, если  $m \geq 3$ , то с вероятностью 0,9999 детектор зарегистрирует сигнал. Следовательно, если число посылок в сбросе более 2, то для регистрации сигнала достаточно одного сброса генератора первичных частиц.

Оценим теперь верхнюю границу допустимого числа посылок в одном сбросе генератора, чтобы детектор «ошибался» (срабатывал от случайных причин) не чаще 1 раза на 10 000 «полезных» срабатываний.

Согласно формулам (1.25) и (1.29), имеем

$$k \leq \eta/n_{\text{ш}},$$

где  $\eta = 10^{-4}$ , а  $n_{\text{ш}} \approx 0,5 \cdot 10^{-5}$ . Известно, что (космический) фон состоит из 10 частиц за 1 сек, а длительность одной посылки  $\sim 0,5 \cdot 10^{-6}$  сек (данные по ускорителю элементарных частиц).

Тогда

$$k < \frac{10^{-4}}{0,5 \cdot 10^{-5}} = 20. \quad (1.35)$$

Таким образом, для уверенной регистрации сигнала (при условии, что числа  $n, n_{\text{ш}}$  и  $P_1$  соответствуют необходимым) достаточно одного сброса генератора. При этом число посылок в нём должно быть больше 2, но меньше 20.

## 2. Математическое моделирование полезных дискретных сигналов и пуассоновского шума. Фильтрация и прогноз

### 2.1. Полезный сигнал как случайный процесс. Модели полезного сигнала и шума

Примем, что в каждый момент времени  $t \in [0+\infty)$  полезный сигнал является случайной величиной, то есть является случайным процессом  $\theta(t)$ .

Импульс первичных частиц, порождающий полезный дискретный сигнал, математически можно представить как случайную функцию вида

$$\alpha_k \delta(t - \tau_k), \quad (2.1)$$

где  $\alpha_k$  — случайная величина, характеризующая мощность (энергию) импульса первичных частиц,  $\delta(t)$  — функция Дирака,  $\tau_k$  — момент времени, входящий в пуассоновский поток событий.

Если  $(t_i, t_i + \tau)$  — интервал времени ( $i = 1, 2, \dots$ ),  $t_0 = 0$ , отвечающий  $i$ -й посылке генератора, то совокупность импульсов первичных частиц, порождаю-

щих эту посылку, представляет процесс вида

$$\begin{cases} \dot{\eta}_i(t) = \sum_{t_i \leq \tau_k^i \leq t_i + \tau} \alpha_k^i \delta(t - \tau_k^i), & t \in [t_i, t_i + \tau], \\ \dot{\eta}_i(t) = 0, & t \notin [t_i, t_i + \tau], \end{cases} \quad (2.2)$$

и, следовательно, сбросу отвечает процесс

$$\dot{\eta}(t) = \sum_{i=1}^m \dot{\eta}_i(t). \quad (2.3)$$

Каждый импульс (2.1) порождает дискретный сигнал

$$\alpha_k w(t - \tau_k), \quad (2.4)$$

где  $w(t)$  — некоторая функция, моделирующая полезный дискретный сигнал,  $w(t) = 0$  при  $t < 0$ .

Таким образом, дискретные сигналы, входящие в один сброс в соответствии с (2.2), (2.3), описываются случайным процессом вида

$$\theta(t) = \sum_{i=1}^m \sum_{t_i \leq \tau_k^i \leq t_i + \tau} \alpha_k^i \delta(t - \tau_k^i). \quad (2.5)$$

В условиях предположения о работе детектора в режиме «сжатого времени» (см. §§ 1.3, 1.4) можно считать, что временные промежутки между посылками равны нулю, объединить пуассоновские потоки событий  $\{\tau_k^i\}_{k=1}^{n_i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) в общий стационарный пуассоновский поток событий  $\{\tau_k\}$  с интенсивностью  $\lambda$  и принять, что полезный сигнал, отвечающий сбросу, имеет вид

$$\theta(t) = \sum_{0 \leq \tau_k \leq t} \alpha_k w(t - \tau_k). \quad (2.6)$$

По существу режим «сжатого времени» следует распространить и на промежутки между сбросами и без ограничения общности считать, что (2.6) описывает излучаемый полезный дискретный сигнал, регистрируемый детектором.

Так как шум — это дискретный сигнал, устроенный аналогично полезному сигналу, то для шума следует принять описание в виде случайного процесса

$$\Delta(t) = \sum_{0 \leq \sigma_k \leq t} \beta_k w(t - \sigma_k), \quad (2.7)$$

где  $\{\sigma_k\}$  — пуассоновский поток событий с интенсивностью  $\mu$ .

Будем далее предполагать, что случайные величины  $\alpha_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$  (и  $\beta_k$  соответственно) непрерывны и имеют одинаковую плотность распределения. Это вполне соответствует картине зарождения импульсов первичных частиц, испускаемых генератором.

Случайные процессы вида (2.6) называются *процессами дробового эффекта* [2, с. 205].

Импульсы вида (2.1), входящие в сброс (2.3), воздействуя на некоторую среду, порождают сигналы вида (2.6). Суммарное воздействие на среду всего сброса (2.3) описывается случайным процессом вида

$$\eta(t) = \int_0^t \dot{\eta}(s) ds = \sum_{0 \leq \tau_k \leq t} \alpha_k, \quad (2.8)$$

называемым *обобщённым пуассоновским процессом*.

Известно [2, с. 211], что сигнал (2.6) можно представить в виде *стохастического интеграла*

$$\theta(t) = \int_0^t w(t-s) d\eta(s), \quad (2.9)$$

где  $\eta(t)$  — процесс (2.8).

Если

$$\int_0^{+\infty} |w(t)| dt < \infty, \quad \int_0^{+\infty} |w(t)|^2 dt < \infty,$$

то случайный процесс (2.9) при  $t \rightarrow \infty$  сходится в среднеквадратичном [2, с. 208] к стационарному процессу

$$\theta^*(t) = \int_{-\infty}^t w(t-s) d\eta(s) = \lim_{t_0 \rightarrow -\infty} \int_{t_0}^t w(t-s) d\eta(s),$$

который устанавливается с течением времени на выходе вследствие воздействия на среду однородных случайных импульсов  $\dot{\eta}(t)$  (см. (2.3)).

Поэтому будем считать для простоты, что имеем дело со стационарным случайным процессом вида

$$\theta(t) = \int_{-\infty}^t w(t-s) d\eta(s), \quad (2.10)$$

описывающим полезные дискретные сигналы.

В соответствии с теорией [2, с. 223] имеет место представление

$$\theta(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} d\Phi(\omega), \quad (2.11)$$

где

$$\Phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\omega} \phi(i\omega) d\Psi(\omega) \equiv l.i.m. \int_{\omega_0}^{\omega} \phi(i\omega) d\Psi(\omega), \quad (2.12)$$

где случайный процесс  $\Psi(\omega)$  определён при  $\omega \geq \omega_0$  как

$$\Psi(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega_0 t}}{-it} d\eta(t). \quad (2.13)$$

Наконец, спектральная плотность для  $\theta(t)$

$$k_\theta(\omega) = \frac{\sigma^2}{2\pi} |\phi(i\omega)|^2, \quad (2.14)$$

где  $\sigma$  — структурная плотность обобщённого пуассоновского процесса  $\eta(t)$ :

$$\sigma \equiv \lambda \cdot \mathbf{M}\alpha^2, \quad (2.15)$$

$$\mathbf{D}[\eta(t) - \eta(s)] \equiv \sigma \cdot (t - s) = \lambda \cdot \mathbf{M}\alpha^2 \cdot (t - s).$$

(см. [2, с. 210]).

Таким образом, можно считать, что полезный сигнал моделируется в виде стационарного случайного процесса, допускающего представление в виде (2.11).

Аналогичный процесс

$$\Delta(t) = \int_{-\infty}^t v(t-s) d\pi(s) \quad (2.16)$$

описывает шум, и для него верны формулы, подобные (2.11) – (2.15).

Сумма

$$\xi(t) = \theta(t) + \Delta(t) \quad (2.17)$$

стационарных процессов есть процесс стационарный.

Следовательно, для того, чтобы по результату наблюдения процесса  $\xi(t)$ ,  $t \in [0, T]$ , т. е. по реализации смешанного сигнала, состоящего из полезного и шума, оценить полезный (отфильтровать), можно применить *методы фильтрации*, разработанные для стационарных случайных процессов [3, 4].

Далее под *оптимальным фильтром* полезного сигнала  $\theta(t)$  понимаем процесс  $\hat{\theta}(t)$  такой, что минимальна средняя квадратичная погрешность

$$\mathbf{M}[\hat{\theta}(t) - \theta(t)]^2. \quad (2.18)$$

Процесс  $\hat{\theta}(t)$  называем *оценкой сигнала*  $\theta(t)$ .

Теоремы *теории фильтрации* дают общие формулы, позволяющие в конкретных случаях провести оценку полезного сигнала.

## 2.2. Метод Яглома фильтрации и прогноза полезного скачкообразного сигнала

Пусть полезный сигнал  $\theta(t)$  является *скачкообразным*, то есть для пуассоновского потока событий  $\{\tau_k\}$  функция  $\theta(t)$  меняет скачком своё значение, принимая, независимо от предыстории процесса, случайное значение  $\alpha$  и сохраняя его до момента появления следующего события.

Пусть случайная величина  $\alpha$  непрерывна и имеет плотность распределения  $f$ .

Реализация сигнала  $\theta(t)$  изображена на рис. 3

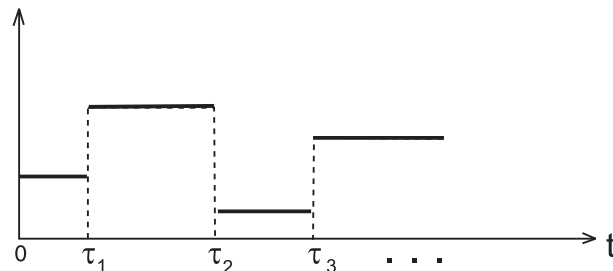


Рис. 3. Реализация скачкообразного сигнала  $\theta(t)$

Имеем для математического ожидания и дисперсии

$$\mathbf{M}\theta(t) = \mathbf{M}\alpha = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \text{const},$$

$$\mathbf{D}\theta(t) = \mathbf{D}\alpha = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mathbf{M}\alpha)^2 f(x) dx.$$

Корреляционная функция для  $\theta(t)$  имеет вид [5, с. 284-285]

$$K_{\theta}(t) = \mathbf{D}\alpha \cdot e^{-\lambda|t|}, \quad (2.19)$$

где  $\lambda$  — интенсивность пуассоновского потока. Имеет место *спектральное представление* в виде

$$K_{\theta}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{it\omega} k(\omega) d\omega.$$

Функция

$$k(\omega) = \frac{\mathbf{D}\alpha}{\pi} \frac{\lambda}{\lambda^2 + \omega^2}$$

называется *спектральной плотностью процесса  $\theta(t)$*  (см. [4, с. 170, пример 4.1]).

Аналогично для шума  $\Delta(t)$  имеем скачкообразный процесс, заданный пуассоновским потоком событий  $\{\sigma_k\}$ , случайной величиной  $\beta$  с плотностью распределения вероятностей  $g$  и корреляционной функцией

$$K_{\Delta}(t) = \mathbf{D}\beta \cdot e^{-\mu|t|}, \tag{2.20}$$

где  $\mu$  — интенсивность пуассоновского потока. Также имеем *спектральное представление* в виде

$$K_{\Delta}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{it\omega} h(\omega) d\omega,$$

где

$$h(\omega) = \frac{\mathbf{D}\beta}{\pi} \frac{\mu}{\mu^2 + \omega^2}$$

– спектральная плотность процесса  $\Delta(t)$ .

Предположим, что наблюдается процесс (2.17) при  $t \in (-\infty, T)$ , то есть достаточно долго. Примем, что  $\theta(t), \Delta(t)$  характеризуется тем, что

$$\mathbf{M}\theta(t) = 0, \quad \mathbf{M}\Delta(t) = 0.$$

Этого можно добиться, так как по условиям поставленной задачи нам известны характеристики сигнала и шума. И если  $\mathbf{M}\theta(t) \neq 0$ , то можно перейти к задаче с процессами

$$\begin{aligned} \xi'(t) &= \xi(t) - \mathbf{M}\theta(t) - \mathbf{M}\Delta(t), \\ \theta'(t) &= \theta(t) - \mathbf{M}\theta(t), \\ \Delta'(t) &= \Delta(t) - \mathbf{M}\Delta(t) \end{aligned}$$

и рассматривать задачу фильтрации для

$$\xi'(t) = \theta'(t) + \Delta'(t),$$

решив которую, мы, возвращаясь к исходной задаче для (2.17), найдём и её решение.

Рассматриваемый процесс  $\theta(t)$  является стационарным ( $\mathbf{M}\theta(t) = const$ ), и корреляционная функция зависит от одной переменной.

Так как корреляционная функция  $K_{\theta}(t)$  непрерывна, то имеет место представление

$$\theta(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{it\omega} d\Phi(\omega), \tag{2.21}$$

[3, с. 264, следствие 1 на с. 238], где  $\Phi(\omega)$  – некоторый случайный процесс с ортогональными приращениями [3, с. 253–254].

В соответствии с [3, с. 310–313] *оптимальный фильтр Яглома* даёт оценку  $\widehat{\theta}_{\delta}(T)$  такую, что минимально

$$\mathbf{M}[\widehat{\theta}_{\delta}(T) - \theta(T - \delta)]^2, \quad \delta > 0,$$

и имеющую вид стохастического интеграла

$$\widehat{\theta}_\delta(T) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega T} c(i\omega) d\Phi(\omega), \quad (2.22)$$

где

$$c(i\omega) = \frac{\lambda \mathbf{D}\alpha}{\lambda \mathbf{D}\alpha + \mu \mathbf{D}\beta} \frac{(\lambda - \gamma)(\omega^2 + \mu^2)e^{i\omega\delta} - e^{\gamma\delta}(\gamma + \mu)(i\omega + \lambda)(i\omega + \mu)}{(\lambda - \gamma)(\omega^2 + \gamma^2)},$$

$$\gamma^2 = \frac{\lambda^3 \mathbf{D}\alpha + \mu^3 \mathbf{D}\beta}{\lambda \mathbf{D}\alpha + \mu \mathbf{D}\beta}$$

и  $\Phi(\omega)$  — случайный процесс (2.12).

Вычисление интеграла (2.22) представляет значительную трудность. Гораздо легче решается задача прогноза, когда по реализации процесса  $\xi(t)$  при  $t \in (-\infty, T]$  требуется предсказать значение  $\theta(T + \delta)$ ,  $\delta > 0$ , т. е. найти оценку  $\widehat{\theta}_\delta(T)$  так, что минимально

$$\mathbf{M}[\widehat{\theta}_\delta(T) - \theta(T + \delta)]^2.$$

Эта задача имеет решение вида

$$\widehat{\theta}_\delta(T) = \frac{\lambda \mathbf{D}\alpha}{\lambda \mathbf{D}\alpha + \mu \mathbf{D}\beta} \cdot \frac{\lambda + \mu}{\gamma + \lambda} e^{-\lambda\delta} \left\{ \xi(T) - (\mu - \gamma) \int_{-\infty}^T e^{-\gamma(T-s)} \xi(s) ds \right\}. \quad (2.23)$$

Таким образом, при решении задачи оценки вероятности выделения полезного сигнала с помощью машинных экспериментов формула (2.23) вполне пригодна для того, чтобы проделывать соответствующие вычисления. В машинном эксперименте в момент  $T + \delta$  нам известны  $\theta(T + \delta)$  и  $\xi(t)$  при  $t \leq T$ . Следовательно, можно сравнить  $\theta(T + \delta)$  и (2.23) и сделать вывод о степени приемлемости оценки (2.23) в реальной ситуации.

### 2.3. Фильтр Винера для скачкообразного сигнала и шума

Пусть наблюдается случайный процесс

$$\xi(t) = \theta(t) + \Delta(t),$$

где  $\theta(t)$  и  $\Delta(t)$  — скачкообразные процессы, описанные в § 2.2.

Без ограничения общности примем, что

$$\mathbf{M}\theta(t) = 0, \quad \mathbf{M}\Delta(t) = 0.$$

Предположим, что процесс  $\xi(t)$  наблюдается при  $t \in [0, T]$ .



Под *фильтром Винера* понимается процесс

$$\widehat{\theta}(t) = \int_0^t h(s)\xi(t-s)ds, \tag{2.24}$$

минимизирующий среднюю квадратичную погрешность

$$\mathbf{M}[\widehat{\theta}(t) - \theta(t)]^2.$$

Фильтр Винера  $h(s)$  находится как решение интегрального уравнения [6, § 7.2]

$$\int_0^t h(s)[K_\theta(t-s) + K_\Delta(t-s)]ds = K_\theta(t). \tag{2.25}$$

Подставляя (2.19), (2.20) в (2.25), получаем

$$\begin{aligned} & \mathbf{D}v \left\{ \int_0^t h(s)e^{\lambda s} ds + e^{2\lambda t} \int_t^T h(s)e^{-\lambda s} ds \right\} + \\ & + \mathbf{D}w \left\{ e^{-(\mu-\lambda)t} \int_0^t h(s)e^{\mu s} ds + e^{(\lambda+\mu)t} \int_t^T h(s)e^{-\mu s} ds \right\} = \mathbf{D}v. \end{aligned} \tag{2.26}$$

Дифференцируя дважды по  $t$  получим уравнение

$$h'' - [\mu^2 + \beta^2(\lambda^2 - \mu^2)]h = 0, \tag{2.27}$$

где

$$\beta^2 = \frac{2\mu\mathbf{D}w}{2\lambda\mathbf{D}v + 2\mu\mathbf{D}w}.$$

Уравнение (2.27) получено в предположение, что фильтр  $h(s)$  дважды дифференцируем. Однако такого оптимального фильтра Винера не существует.

Поэтому заменим непрерывно наблюдаемый процесс  $\xi(t-s)$  дискретными отсчётами  $\xi(t-t_i)$ . Тогда имеем дискретный аналог уравнения Винера–Хопфа (2.25):

$$\sum_{i=0}^n h_i K_\theta(t_i - t_j) + K_\Delta(t_i - t_j) = K_\theta(t_j), \tag{2.28}$$

$$j = 0, 1, \dots, n.$$

Для оценки  $\widehat{\theta}$  имеем

$$\widehat{\theta}(t) = \sum_{i=0}^n h_i \xi(t-t_i) \tag{2.29}$$

и минимальное значение для среднеквадратичной погрешности

$$K_\theta(0) - \sum_{i,j=0}^n h_i h_j [K_\theta(t_i - t_j) + K_\Delta(t_i - t_j)]. \tag{2.30}$$

Уравнение (2.28) — это система линейных алгебраических уравнений, стандартно решаемая на ЭВМ. Найдя решение  $\{h_i\}$  благодаря формулам (2.29), (2.30), находим оптимальную оценку сигнала  $\theta(t)$ .

#### 2.4. Оценка детерминистского дискретного сигнала на фоне случайного шума с известным математическим ожиданием

Примем, что каждый сброс порождает суммарный полезный сигнал, задаваемый обычной функцией  $\theta_k(t)$ , и полезный сигнал  $\theta(t)$ , порождаемый  $M$  сбросами, имеет вид

$$\theta(t) = \sum_{k=1}^M c_k \theta_k(t), \quad (2.31)$$

где  $c_k$  могут принимать различные действительные значения.

Какой вид имеют функции  $\theta_k(t)$ ?

В качестве модели можно брать различные функции. Уточнение возможно в ходе проведения машинных экспериментов. Вполне возможно, что эти функции имеют вид, приведённый на рис. 4, а) или б).

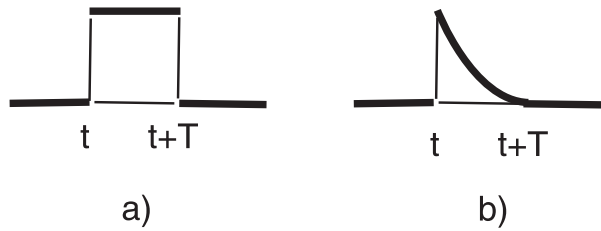


Рис. 4. Сигналы, порождаемые сбросами

В первом случае  $\theta_k(t)$  — это математическое представление скачкообразного процесса, определяемого пуассоновским потоком событий, заданным на интервале  $(t, t + T)$ . Во втором случае  $\theta_k(t)$  — это математическое представление случайного процесса

$$\sum_{k=1}^{n_t} \alpha_k \exp[-\gamma(t - \tau_k)]^+, \quad (**)$$

где

$$\exp[-\gamma(t - \tau_k)]^+ = \begin{cases} 0, & t < \tau_k, \\ \exp[-\gamma(t - \tau_k)], & t \geq \tau_k, \end{cases}$$

имеющего реализации вида, изображённого на рис. 5 (см. [7, с. 208-212]).

Принимаем, что

$$\theta_k \cdot \theta_j = 0 \quad (k \neq j), \quad (2.32)$$

т. е. сигнал от  $k$ -го сброса никак не накладывается на сигнал от  $j$ -го сброса.

Будем считать, что для шума  $\Delta(t)$ , являющегося пуассоновским,

$$M\Delta(t) = 0.$$

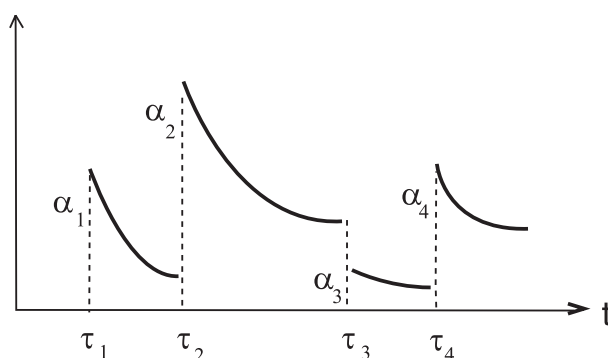


Рис. 5. Реализации процесса (\*\*)

Пусть наблюдается процесс

$$\xi(t) = \theta(t) + \Delta(t), \quad t \in [0, T].$$

Поставим перед собой задачу оценить неизвестные числа  $c_k$  в (2.31) так, что (2.31) с оценками  $\hat{c}_k$  вместо  $c_k$  принадлежат пространству  $\mathcal{H}$ , состоящему из линейных комбинаций вида

$$\sum_k a_k \xi(t_k), \quad t_k \in [0, T]$$

и их среднеквадратичных пределов, причём

$$M\hat{c}_k = c_k$$

и

$$\int_0^T \left\{ \xi(t) - \sum_{k=1}^M \hat{c}_k \theta_k(t) \right\}^2 dt = \min_{y_1, \dots, y_M} \int_0^T \left\{ \xi(t) - \sum_{k=1}^M y_k \theta_k(t) \right\}^2 dt. \quad (2.33)$$

Оценки  $\hat{c}_k$  называют оценками наименьших квадратов [4].

Если

$$R(y_1, \dots, y_M) = (\xi, \xi) - 2 \sum_{k=1}^M y_k (\xi, \theta_k) + \sum_{k,j=1}^M (\theta_k, \theta_j) \geq 0,$$

где

$$(f, g) = \int_0^T f(t)g(t)dt,$$

то задача (2.33) сводится к нахождению

$$\min_{y_1, \dots, y_M} R(y_1, \dots, y_M).$$

Так как он достигается в точке  $(\hat{c}_1, \dots, \hat{c}_M)$ , то

$$\frac{\partial}{\partial y_k} R(y_1, \dots, y_M)|_{y_i=\hat{c}_i} = 2 \left[ -(\xi, \theta_k) + \sum_{j=0}^M \hat{c}_j (\theta_k, \theta_j) \right] = 0.$$

Следовательно, с учётом (2.32),

$$\hat{c}_k = \frac{(\xi, \theta_k)}{(\theta_k, \theta_k)}, \quad k = 1, \dots, M. \quad (2.34)$$

Легко проверить, что  $\sum \hat{c}_k \theta_k \in \mathcal{H}$  и  $\mathbf{M}\hat{c}_k = c_k$ .

Формула (2.34) позволяет найти статистическую вероятность выделения полезных детерминистских сигналов, порождаемых сбросами. Для этого достаточно проводить машинные эксперименты следующим образом. Задав числа  $c_k$  и вычислив реализацию на ЭВМ, можно по формулам (2.34) найти оценки  $\hat{c}_k$ . Если для данного сигнала  $\theta(t)$ ,  $t \in [0, T]$  и реализации  $\xi(t)$ , найденные  $\{\hat{c}_k\}$  близки с заданной ошибкой к  $\{c_k\}$ , то считаем, что принят полезный сигнал, в противном случае — нет. Проведя достаточно большую серию экспериментов, найдём, что вероятность выделения полезного сигнала равна

$$P = \frac{\text{число выделенных полезных сигналов}}{\text{общее число экспериментов (реализаций)}}.$$

Следует помнить, что, во-первых, оценки  $\hat{c}_k$  не являются, вообще говоря, наилучшими [2, с. 266], и, во-вторых, «сигнал»  $\sum_k \hat{c}_k \theta_k(t)$  близок к полезному сигналу лишь после усреднения.

### 3. Моделирование на ЭВМ случайного дискретного сигнала на фоне пуассоновского шума

Для моделирования на ЭВМ посылок и сбросов И.С. Кальчевским и А.А. Филимоновым была создана программа на языке Fortran [8].

Программа численного моделирования вырабатывает  $N$  посылок, длительностью  $\tau$  каждая. Посылки группируются по сбросам так, что

$$m \cdot N_S \leq N,$$

где  $m$  — число посылок в сбросе,  $N_S$  — число сбросов, необходимое для статистической обработки информации.

Посылки содержат случайные (шумовые) и полезные сигналы дискретного характера, способы моделирования которых изложены ниже.

#### 3.1. Моделирование пуассоновского шума

Генерация случайного пуассоновского шума осуществляется в режиме «сжатого времени» следующим образом (для этого написана программа ВЕЕМ).

Исходя из среднего числа фоновых импульсов в единицу времени  $n_\phi$  определяется количество фоновых сигналов  $N_\phi$  за время  $t = N\tau$ , так что  $N_\phi = n_\phi \cdot N \cdot \tau$ .

Используя стандартный датчик псевдослучайных равномерно распределённых чисел, вырабатываются  $N_\phi$  значений в интервале  $(0, 1)$ , которые трансформируются в интервал  $(0, t)$ . Тем самым определяются  $\{t_i\}$ ,  $i = 1, \dots, N_\phi$  моментов

времени прихода фоновых сигналов в режиме «сжатого времени». Затем интервал  $(0, t)$  разбивается на  $N$  подинтервалов-посылок и вычисляется количество фоновых сигналов в каждой посылке, а также время прихода первого фонового сигнала в посылке.

### 3.2. Моделирование полезных сигналов

1. Отметим, что полезные сигналы недетерминированы, т. е., в свою очередь, являются случайными. Поэтому для получения сигналов такого рода в программе используется пакет программ для генерации случайных величин, подчиняющихся заданным законам распределения.

Для большей общности программа моделирования реализована в предположении, что случайными являются как количество полезных сигналов в каждой из посылок, так и время приёма полезных сигналов в посылке. Для определения количества полезных сигналов в каждой из посылок в программе вырабатывается  $N$  случайных чисел, распределённых по закону, заданному пользователем. Затем вычисляется среднее значение  $\bar{n}^*$  массива этих чисел, и каждое из них умножается на величину  $\bar{n}/\bar{n}^*$ , где  $\bar{n}$  — среднее (ожидаемое) количество полезных сигналов в посылке (задаётся пользователем). Таким образом определяется количество полезных сигналов в каждой из посылок.

На экран монитора выводятся на одном рисунке графики функции и плотности распределения количества полезных сигналов по посылкам, а также гистограмма этого распределения, построенная по вычисленным в программе значениям количества полезных сигналов. Если гистограмма неудовлетворительно совпадает с заданной плотностью распределения, то вычисления рекомендуется повторить, изменив входные данные распределения.

При продолжении работы в программе в соответствии с заданным (пользователем) распределением вырабатывается для каждой посылки время прихода полезных сигналов. Информация о построении временного распределения сигналов выводится на экран монитора.

Отметим, что законы распределения могут задаваться пользователем в виде плотности распределения статистической таблицей.

Достоинством разработанной программы являются широкие возможности, предоставляемые пользователю для моделирования полезного недетерминированного сигнала.

Указанный способ моделирования полезных сигналов реализуется для случая, когда среднее число полезных сигналов в посылке  $sps \geq 3$ .

2. Для случая, когда число полезных сигналов в посылке не велико,  $sps < 3$ , в программе реализуется пуассоновское распределение полезных сигналов по посылкам. Алгоритм реализации сигналов и их обработки остаются теми же, что и случае, описанном в пункте 1. Однако графическая информация на экран монитора не выводится.

Для вывода нужного варианта генерации полезного сигнала пользователь задаёт величину параметра  $l_n$ . При  $l_n = 0$  программа вырабатывает полезные сигналы в соответствии с распределением, заданным пользователем. При  $l_n = 1$

реализуется пуассоновское распределение полезных сигналов.

### 3.3. Статистическая обработка результатов моделирования

Как указывалось, для каждой посылки вычисляются количество фоновых и полезных сигналов, а также время прихода этих сигналов.

В программе предусмотрены два варианта обработки результатов.

**Вариант А.** Здесь предполагается, что датчики приёма сигналов имеют «мёртвое время», превышающее длительность посылки. В этом случае принимается сигнал, пришедший первым (в посылке). Поэтому в программе вычисляется время первого пришедшего сигнала в каждой посылке и определяется его статус (фоновый или полезный).

**Вариант В.** Здесь предполагается, что «мёртвое время» датчиков приёма сигналов равно нулю. В этом случае в программе сравнивается количество полезных и фоновых сигналов в каждой посылке. Считается, что если число полезных сигналов превышает (или равно) числу фоновых, то посылка, в целом, несёт полезный сигнал.

Отметим, что в каждом из вариантов возможны случаи, когда какие-либо посылки не содержат сигналов. После определения статуса посылки (принят полезный или фоновый сигнал) в программе задаётся цикл по числу посылок  $m$  в сбросе от  $m_n$  до  $m_k$  (эти величины определяются пользователем). Для каждого из вариантов по числу сбросов  $N/m$  определяется доля принятых сигналов и затем вычисляется вероятность приёма в сбросе хотя бы  $k$  полезных сигналов-посылок ( $k = 1, \dots, m$ ).

## 4. Заключение

Сбросы, о которых говорится в статье, могут быть потоками нейтрино, порождаемыми ускорителями. Нейтрино способно проходить сквозь любые преграды, не взаимодействуя с материалом, например по прямой сквозь Землю. Естественно попытаться использовать их для передачи информации, решая параллельно задачу о выделении передаваемых сигналов. Так, в 2009 году возможность использования пучка нейтрино высокой энергии от мюонного накопительного кольца для обеспечения односторонней связи с подводной лодкой предложил Р. Huber [9]. Можно говорить и о межзвёздной связи.

Интересно, что «14 марта 2012 года случилось событие, сравнимое с изобретением радиосвязи: учёные из американской Национальной ускорительной лаборатории им. Энрико Ферми (FermiLab) смогли передать информацию с помощью частиц нейтрино (рис. 6). Пока это первый самый сложный эксперимент, далёкий от практического применения» [10]. Импульсный источник *пучков нейтрино на Главном инжекторе (NuMI)* передал кодированное слово «нейтрино», записанное в 7-битном ASCII-коде, где импульс нейтрино соответствовал «1» в двоичной системе, а отсутствие импульса соответствовало «0»; канал связи достиг скорости кодированной передачи данных 0,1 бит/сек с

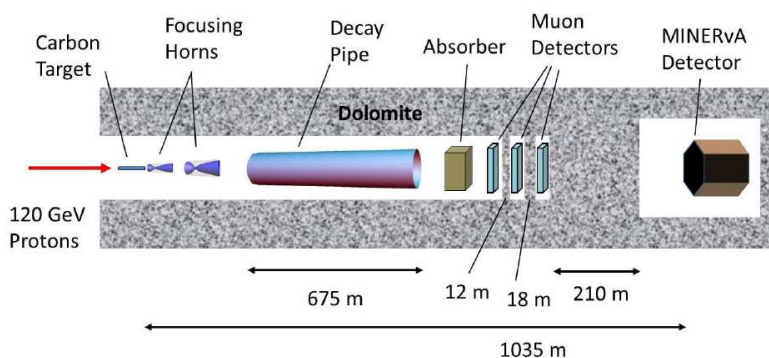


Рис. 6. Схема передачи сигнала сбросом NuMI, используемого в качестве источника нейтрино и детектора MINERvA [10]

частотой появления ошибок 1 % на расстоянии 1,035 км, включая 240 м Земли [10].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Казаков В.А. Введение в теорию марковских процессов и некоторые радиотехнические задачи. М. : Советское радио, 1973. 231 с.
2. Розанов Ю.А. Случайные процессы. М. : Наука, 1971. 286 с.
3. Гихман И.И., Скороход И.И. Введение в теорию случайных процессов. М. : Наука, 1965. 654 с.
4. Розанов Ю.А. Стационарные случайные процессы. М. : ФМ, 364 с.
5. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.. Теория вероятностей. М. : Наука, 1973. 364 с.
6. Коростелев А.А. Пространственно-временная теория радиосистем. М. : «Радио и связь», 1987. 319 с.
7. Карлин С. Основы теории случайных процессов. М. : Мир, 1971. 536 с.
8. Гуц А.К., Иванов В.Н., Кальчевский И.С., Филимонов А.А. Разработка методов математического моделирования физических процессов // Итоговый научно-исследовательский отчет по НИР «ГЭК-1». Омск : Молодёжный центр ОмГУ, 1990. 65 с.
9. Huber P. Submarine neutrino communication. Arxiv: 0909.4554 (2009). URL: <https://arxiv.org/abs/0909.4554>.
10. Stancil D.D., Adamson P. and others. Demonstration of Communication using Neutrinos. ArXiv:1203.2847 (2012). URL: <https://arxiv.org/abs/1203.2847>.

## DETECTION AND SELECTION OF USEFUL DISCRETE SIGNALS IN PERIODIC DISCHARGES OF PRIMARY PARTICLES

**A.K. Guts**

Dr.Sc. (Phys.-Math.), Professor, e-mail: guts@omsu.ru

**V.N. Ivanov**

Ph.D. (Phys.-Math.), Associate Professor, e-mail: guts@omsu.ru

Dostoevsky Omsk State University, Omsk, Russia

**Abstract.** We study the problem of signal transmission using discharges flows of primary particles and calculate the probability of such signals registration, as well as probability of highlighting them against the background of the Poisson noise. The computer simulations of such useful signals and noises are discussed

**Keywords:** Discharge of primary particles, signal transmission, Poisson signals and noises, registration of useful signals.

## REFERENCES

1. Kazakov V.A. Vvedenie v teoriyu markovskikh protsessov i nekotorye radiotekhnicheskie zadachi. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1973, 231 p. (in Russian)
2. Rozanov Yu.A. Sluchainye protsessy. Moscow, Nauka Publ., 1971, 286 p. (in Russian)
3. Gikhman I.I. and Skorokhod I.I. Vvedenie v teoriyu sluchainykh protsessov. Moscow, Nauka Publ., 1965, 654 p. (in Russian)
4. Rozanov Yu.A. Statsionarnye sluchainye protsessy. Moscow, FM Publ., 364 p. (in Russian)
5. Venttsel' E.S. and Ovcharov L.A. Teoriya veroyatnostei. Moscow, Nauka Publ., 1973, 364 p. (in Russian)
6. Korostelev A.A. Prostranstvenno-vremennaya teoriya radiosistem. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1987, 319 p. (in Russian)
7. Karlin S. Osnovy teorii sluchainykh protsessov. Moscow, Mir Publ., 1971, 536 p. (in Russian)
8. Guts A.K., Ivanov V.N., Kal'chevskii I.S., and Filimonov A.A. Razrabotka metodov matematicheskogo modelirovaniya fizicheskikh protsessov. Itogovyi nauchno-issledovatel'skii otchet po NIR "GAK-1", Omsk, Molodezhnyi tsentr OmGU Publ., 1990, 65 p. (in Russian)
9. Huber P. Submarine neutrino communication. Arxiv: 0909.4554 (2009), URL: <https://arxiv.org/abs/0909.4554>.
10. Stancil D.D., Adamson P. and others. Demonstration of Communication using Neutrinos. ArXiv:1203.2847 (2012), URL: <https://arxiv.org/abs/1203.2847>.

*Дата поступления в редакцию: 05.07.2019*