

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Ф.М. ДОСТОЕВСКОГО

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Сборник материалов
VI Международной научной конференции,
посвященной памяти Б.А. Рогозина

(Омск, 23 ноября 2018 г.)



2018

Л.А. Володченкова, А.К. Гуц

*Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
г. Омск, Россия*

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАВНОВЕСНОГО ПО НЭШУ ФОРМИРОВАНИЯ ЛЕСНОГО БИОЦЕНОЗА НА СПЛОШНЫХ ВЫБОРКАХ

Г.П. Быстрой и Н.С. Иванова [1] предложили теоретико-катастрофическую модель формирования лесной растительности на сплошных вырубках.

После сплошных рубок возможно несколько альтернативных путей развития растительности. Из всего разнообразия возможных вариантов смен древесных видов авторы [1] рассматривают только взаимоотношения березы (*Betula pendula* Roth. и *B. pubescens* Ehrh.) и сосны (*Pinus sylvestris* L.) – наиболее распространенных на Урале и в Зауралье древесных видов – в процессе зарастания вырубок и формирования нового древостоя.

Уравнение Быстрая-Ивановой можно представить [1] в виде дифференциального уравнения с параметрами a и b :

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{\partial F}{\partial \eta}, \quad (1)$$

$$\eta = \frac{\rho}{\rho_c} - T\rho_0^*, \quad F = \frac{1}{4}\eta^4 + \frac{1}{2}a\eta^2 + b\eta, \quad \rho_0^* = |k_2| / (3|k_3| \rho_c),$$

$$a = -3[T^2(\rho_0^*)^2 - 1], \quad b = -\frac{H}{H_c} + 3T\rho_0^* - 2T^3(\rho_0^*)^3,$$

где ρ – характеристика, описывающая интенсивность возобновления древесной растительности: плотность (масса) подроста сосны (*Pinus sylvestris*) и подроста березы (*Betula pendula* и *B. pubescens*);

ρ_c – некоторый масштаб плотности: плотность древесной растительности в критической точке, в которой плотность сосны и березы равны (смешанный древостой);

$T = (\rho_0 - \rho_m) / \rho_0$ – безразмерная характеристика интенсивности развития травянистого яруса;

$\rho_0 = (\rho_s - \rho_B) / 2$ – средняя суммарная масса (плотность) сосны (*Pinus sylvestris*) и березы (*Betula pendula* и *B. pubescens*);

ρ_m – масса трав (плотность)

$$|k_1| = 3/t_0, \quad |k_2| = 3/(t_0\rho_c), \quad |k_3| = 1/(t_0\rho_c^2), \quad |k_4| = \rho_c/(H_c t_0),$$

k_i – некоторые другие параметры экосистемы, подлежащие определению;

t_0 – характеризует смену временного масштаба: $t = t : t_0$

Управляющий параметр H – это характеристика богатства лесорастительных условий (мощность почвы). Мощность почвы – комплексный фактор, характеризующий запас в почве элементов минерального питания и влаги и широко используемый в лесной типологии. Увеличение H (мощности почв) приводит к угнетению сосны в большей степени, чем березы.

Мы посмотрели на уравнение (1) с точки зрения теории дифференциальных игр, когда формирование растительности управляется параметрами a и b , и они могут динамически меняться в каждый момент времени и траектория $\eta = \eta(t)$ может быть оптимально равновесной в смысле Нэша [2]. Отметим, что мы искали *позиционное управление*, или *позиционное равновесие Нэша*, когда «игрок» (лесной биоценоз) конструирует управляющее воздействие в виде функций $a(t, \eta), b(t, \eta)$, зависящих уже от его позиции η .

Мы нашли одно из таких позиционных равновесных по Нэшу формирований растительности (a^*, b^*), а точнее

$$a^* = \frac{1}{2}\eta^2, \quad b^* = \frac{1}{2}\eta.$$

Равновесная по Нэшу эволюция формирования древостоя в данном случае задается уравнением

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{3}{2}\eta^3 - \frac{1}{2}\eta.$$

Интегрируя это уравнение, находим семейство оптимальных равновесных траекторий