УДК 51-71:530.12+51-72:530.145

А. К. Гуц

Аксиоматики А.Д. Александрова для квантовой механики и теории относительности

Аннотация. В статье представлены в аксиоматической форме результаты А.Д. Александрова по квантовой механике и специальной теории относительности.

Ключевые слова: аксиоматика, А.Д.Александров, квантовая механика, теория относительности.

Памяти моего Учителя А.Д. Александрова

Конечная цель, которую нужно всегда иметь в виду
состоит в том, чтобы достичь правильной точки зрения
на фундамент науки...

К. Вейерштрасс

В знаменитом списке проблем Гильберта под шестым номером значится задача об аксиоматическом построении физических дисциплин. Гильберт считал, что эта задача близко связана с исследованиями по основаниям геометрии. В таком случае геометр несомненно должен иметь определенное преимущество в выборе системы аксиом, наиболее простым и исчерпывающим образом вскрывающей сущность той или иной физической теории.

Поэтому не стоит удивляться, что физическое образование[1] и геометрический талант А.Д. Александрова в полной мере проявились при изложении им квантовой механики и специальной теории относительности.

1 Аксиоматика квантовой механики

Классическая механика описывает движение тел в пространстве, понимая под их физическим состоянием смену места и пребывание во вращении. Квантовая механика начинает с определения состояния тела (системы), которое подчиняется уравнению Шредингера. Неявно до сих пор многими физиками считается, что квантовая механики – это механика микромира, а классическая механика – механика макромира.

[1]А.Д. Александров закончил физический факультет Ленинградский университет. Успешно защитил дипломную работу под руководством известного физика академика В.А. Фока, опубликованную в [1].

А.Д. Александров еще в 1934 году [2] показал, что такой взгляд на квантовую механику является ошибочным – основное уравнение квантовой механики всего лишь следствие уравнения движения Ньютона, переформулированного с учетом замены точных значений координаты и импульса тела на их средние значения.

Работу А.Д.Александрова можно изложить в следующей аксиоматической форме.

Аксиома КМ$_1$. *Физическое состояние тела описывается некоторой величиной ψ, которая принимает комплексные значения, меняющиеся при переходе от одной точки (события) в пространстве-времени к другой. Иначе говоря, полагаем, что*

$$\psi = \psi(x, y, x, t).$$

Поскольку желательно отойти от классического рассмотрения тела как материальной точки, то исчезает возможность приписывания телу в любой данный момент t точных координат (x, y, z) местонахождения тела.

Взамен вводим среднее значение координат $\langle\overrightarrow{r}\rangle = (\langle x\rangle, \langle y\rangle, \langle z\rangle)$ местонахождения тела – координаты центра массы тела, если прибегнуть к классической терминологии, которое вычисляется по правилу

$$\langle x\rangle = \int \overline{\psi}(x, y, x, t) x \psi(x, y, x, t) dxdydz,$$

$$\langle y\rangle = \int \overline{\psi}(x, y, x, t) x \psi(x, y, x, t) dxdydz,$$

$$\langle z\rangle = \int \overline{\psi}(x, y, x, t) x \psi(x, y, x, t) dxdydz.$$

Аксиома КМ$_2$. *Пусть тело находиться в потенциальном поле $U(x, y, z, t)$. Примем, как постулат, следующее уравнение движения тела с массой m в поле U:*

$$m\frac{d^2}{dt^2}\langle\overrightarrow{r}\rangle = \int \overline{\psi}(x, y, x, t)(\nabla U)\psi(x, y, x, t) dxdydz. \tag{1}$$

Для того чтобы описывать физические состояния тела, нам теперь требуется уравнения движения для функции $\psi(x, y, x, t)$, которую будем называть *волновой функцией* или *ψ-функцией.*

Определим оператор импульса $\hat{p}$ с помощью уравнения

$$m\frac{\partial}{\partial t}\int \overline{\psi} x \psi d\tau = \int \overline{\psi}\hat{p}\psi d\tau.$$

Тогда уравнение (1) переписывается в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}\int \overline{\psi}\hat{p}\psi d\tau = \int \overline{\psi}\ \frac{\partial U}{\partial x}\psi d\tau.$$

Для краткости ограничимся рассмотрением одномерного случая.

Теорема 1.1. *Существует действительное число $\hbar$ такое, что справедливо равенство*

$$\hat{p}x - x\hat{p} = -i\hbar. \tag{2}$$

Теорема 1.2. *Волновая функция удовлетворяет уравнению движения*

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \left(\frac{1}{2m}\hat{p}^2 + U\right)\psi, \tag{3}$$

называемого уравнением Шрёдингера.

Таким образом, слегка модифицируя классическую механику Ньютона и заменив уравнение движения Ньютона для материальной точки

$$m\frac{d^2}{dt}\overrightarrow{r} = \nabla U,$$

на уравнение (1), А.Д. Александров вывел основное коммутационное соотношение (2) и главное уравнение квантовой механики – уравнение Шрёдингера (3).

Аксиоматика квантовой механики, предложенная А.Д. Александровым, говорит о том, что квантовую механику не следует рассматриваться только как механику микромира: квантовая механика это более совершенный вариант вариант классической механики, способный одинаково хорошо описывать как явления микромира, так и явления макромира.

1.1 Смысл волновой функции

Аксиоматика КМ_1-КМ_2 является содержательной в смысле Гильберта-Бернайса. "Содержательная аксиоматика вводит свои основные понятия со ссылкой на имеющийся у нас опыт, а свои основные положения либо считает очевидными фактами, в которых можно непосредственно убедиться, либо формулирует их как итог определенного опыта и тем самым выражает нашу уверенность в том, что нам удалось напасть на след законов природы, а заодно и наше намерение подкрепить эту уверенность успехом развиваемой теории" [3, с.24].

Специфика квантовой механики заключается в том, что исследователь – человек – находится в классических условиях, т.е. в условиях, описываемых с помощью классической физики. Аксиома КМ_2 как раз отражает итог определенного классического опыта описания движения физических тел; она дает нам уверенность, что выражает закон природы. Аксиома КМ_2 не столь очевидна и нуждается в тщательной физической интерпретации понятия ψ-функция, учитывающей то, что исследователь-экспериментатор и его измерительная аппаратура являются сугубо классическим объектами. Иначе говоря, интерпретация аксиомы КМ_1 требует наполнения специфическим физическим смыслом понятия волновой функции?

Выяснению этого вопроса посвящена, написанная А.Д. Александровым в 1952 году, статья [4]. Обобщая сказанное о волновой функции Н. Бором и В.А. Фоком, А.Д. Александров пишет: "Согласно квантовой механике одному электрону в сложной системе, вообще говоря, не соответствует никакая ψ-функция. Следовательно, для того, чтобы электрон находился в состоянии, представимом ψ-функцией, необходимы известные условия. Состояние электрона не есть нечто определенное само по себе; оно обусловлено отношением электрона к другим объектам $<...>$ ψ *описывает состояние электрона в* *соответствующих "классически" определенных условиях*". Хотя это положение, отмечает А.Д. Александров, может измениться с развитием квантовой теории.

1.2 Несиловая связь – квантовые корреляции

В наши дни, квантовые корреляции – это известная любому физику особого рода связь между несколькими квантовыми объектами, например, между двумя электронами. Однако впервые разъяснил неизбежность наличия такой квантовой связи А.Д. Александров [5].

Еще в 1952 году А.Д. Александров разъяснял, что "связь частиц, отражаемая в наличии в них общей ψ-функции, не есть, конечно, механическая связь посредством веревок или сил: это есть особая форма связи в зависимости от условий. Но именно взаимная связь, выражаемая наличием общей ψ, есть главная основа всех успехов квантовой теории систем многих частиц. Одна из важнейших особенностей квантовой механики состоит в том, что она открыла новую форму взаимной связи явлений в атомной области. Понимание этой особенности в свете учения диалектического материализма о всеобщей связи явлений имеет решающее значение для понимания квантовой механики" [5, с.256].

2 Аксиоматизация специальной теории относительности

Специальная теория относительности (СТО), созданная усилиями Лоренца, Пуанкаре, Эйнштейна и Минковского, – есть основополагающая физическая теория XX века. Она является фундаментом современных научных и философских воззрений на окружающий нас Внешний Мир.

Встать на правильную точку зрения на природу пространства-времени – это конечная цель науки и философии. Лишь постигнув основы, фундамент СТО, можно надеяться на успех в познании природы вещей, природы Внешнего Мира. В отличие от некоторых академиков, это прекрасно понимал А.Д. Александров. Поэтому он столь упорно занимался исследованиями в области основ СТО, стремясь получить идеальный набор аксиом для специальной теории относительности.

Поскольку группа Лоренца является ядром СТО, то, как правило, все известные аксиоматизации СТО значительное место отводят выводу преобразований Лоренца. Это делал Эйнштейн (1905, [6]) в своей первой статье, излагающей теорию относительности, это делали выдающиеся физики и математики: В.С. Игнатовский (1910, [7]), Н.А. Умов (1910, [8]), А.А. Робб (1912, [9]), Герман Вейль (1923, [10, 11]), К. Каратеодори (1924, [12]), Г. Рейхенбах (1924, [13]), В.А. Фок (1955, [14]), Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц (1949, [15]), E.C. Zeeman (1964, [16]) и многие другие. Как правило, они основывали свои рассуждения на некоторых предположениях, т.е. формулировали аксиомы, касающиеся как геометрических свойств пространства и времени (однородность и изотропность), так и фундаментальности того или иного физического явления (например у Эйнштейна это принцип постоянства скорости света).

2.1 Система аксиом А.Д. Александрова

А.Д. Александров предложил аксиоматизировать специальную теорию относительности (СТО), опираясь на следующее определение пространства-времени [17]:

> *Пространство-время есть множество всех событий в мире, отвлеченное от всех его свойств, кроме тех, которые определяются отношениями воздействия одних событий на другие.*

Воздействие одного события на другое есть элементарная форма причинной связи, точно так же, как событие есть "атомарное" явление. Поэтому только что сказанное можно выразить хотя и менее точно, но более выразительно в следующих словах: *пространственно-временная структура мира есть не что иное, как его причинно-следственная структура, взятая лишь в соответствующей абстракции.*

Соответствующая аксиоматика была предложена А.Д. Александровым в 1974 году [18, 19].

Аксиома СТО$_1$. *Пространство-время – это связное односвязное локально компактное хаусдорфово четырёхмерное топологическое пространство $\mathcal{M}$, на котором заданы семейство подмножеств $\mathcal{P} = \{P_a : a \in \mathcal{M}\}$ – "областей воздействия" и транзитивная коммутативная группа T гомеоморфизмов $\mathcal{M}$ на себя, удовлетворяющие следующим условиям:*

1) *подмножество $P_a \neq \{a\}$ сопоставлено каждой точке $a \in \mathcal{M}$;*

2) *$a \in P_a$ для любой точки $a \in \mathcal{M}$;*

3) *если $y \in P_x$, то $P_y \subset P_x$;*

4) *для любого гомеоморфизма $t \in T$ и любой точки $a \in \mathcal{M}$ имеет место равенство $t(P_a) = P_{t(a)}$.*

Аксиома СТО$_2$. *Для любых точек $x, y \in \mathcal{M}$ таких, что $y \in P_x$, множество $P_x \bigcap P_y^-$ ограничено, где $P_y^- = \{z : y \in P_z\}$.*

Пусть G_a – группа всех биекций g пространства $\mathcal{M}$ на себя, обладающая свойствами: $g(a) = a$ и $g(P_x) = P_{g(x)}$ для любой точки $x \in \mathcal{M}$.

Аксиома СТО$_3$. *Для любых точек $x, y \in \partial P_a \setminus \{a\}$ существует биекция $g \in G_a$ такая, что $g(x) = y$.*

Аксиома СТО$_4$. *Для любых точек $x, y \in int(P_a) = P_a \setminus \partial P_a$ существует биекция $g \in G_a$ такая, что $g(x) = y$.*

Аксиома СТО$_5$. $int(P_a) \neq \emptyset$.

Приведенная аксиома СТО$_1$, казалось бы, не отвечает желанию определить топологию пространства-времени, исходя только из структуры, задаваемой областями воздействия P_a. Однако это действительно так, и исходную аксиому СТО$_1$ можно изложить в терминах, использующих только области P_a, но это привело бы к чрезмерно усложненной формулировке аксиомы, теряющей всю свою простоту и наглядность [20].

Из аксиомы СТО$_1$ сразу же следует, что в $\mathcal{M}$ можно ввести координаты x^1, x^2, x^3, x^4 так, что элемент $t \in T$ можно представить в виде обычного переноса: $t : (x^1, x^2, x^3, x^4) \to (x^1 + t^1, x^2 + t^2, x^3 + t^3, x^4 + t^4)$. Иначе говоря, $\mathcal{M}$ есть четырёхмерное аффинное пространство A^4, а T — группа параллельных переносов в A^4.

Постулирование существования группы T связано с предположением об однородности пространства-времени, причем отказ от коммутативности приводит нас к геометрии пространства-времени, отличной от геометрии мира Минковского (см. [20]).

Из аксиомы СТО$_1$ следует, что семейство областей воздействия $\mathcal{P} = \{P_a\}$ инвариантно относительно гомеоморфизмов группы T. Поэтому достаточно задавать одну область P_e, отвечающую некоторой фиксированной точке e, а остальные получать «разносом» по $\mathcal{M}$ с помощью группы T. Далее мы фиксируем точку e и будем писать P вместо P_e.

Аксиома СТО$_2$ говорит об ограниченности скорости распространения (причинного) воздействия.

Аксиомы СТО$_3$ и СТО$_4$ представляют собой требования максимальной однородности и изотропности пространства-времени.

Теорема 2.1. *Пусть выполняются аксиомы* СТО$_1$-СТО$_5$. *Тогда P_e – замкнутый либо открытый эллиптический конус, а G_e – однородная группа Лоренца с растяжениями, т.е. существует декартова система координат x_0, x_1, x_2, x_3 в $\mathcal{M}$ такая, что либо*

$$P_e = \left\{(x_0, x_1, x_2, x_3) \in \mathcal{M} : x_0^2 - \sum_{\alpha=1}^{3} x_\alpha^2 \geq 0,\ x_0 \geq 0\right\},$$

либо

$$P_e = \left\{(x_0, x_1, x_2, x_3) \in \mathcal{M} : x_0^2 - \sum_{\alpha=1}^{3} x_\alpha^2 > 0,\ x_0 > 0\right\} \cup \{e\},$$

$$e = (0, 0, 0, 0),$$

а G_e есть прямое произведение группы линейных однородных преобразований, сохраняющих форму $x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2$, за исключением преобразования $x_0' = -x_0$, и группы подобий $x_i' = \lambda x_i$ $(i = 0, 1, 2, 3)$, где $\lambda > 0$ – произвольное число.

2.2 Вывод преобразований Лоренца и машина времени Торна

Работы А.Д. Александрова по основаниям специальной теории относительности показали, что преобразования Лоренца появляются в физической теории только в результате допущения, что пространство-время есть связная подобласть аффинного пространства. Точнее, справедлива следующая теорема А.Д. Александрова [21]

Теорема 2.2. *Пусть $f : D \to A^4$ – взаимно однозначное отображение области $D \subset A^n$ такое, что для каждого светового конуса*

$$C_x = \{y : (x - y)^2 = 0\},$$

$$x^2 \equiv x_0^2 - \sum_{i=1}^{3} x_i^2,$$

при всякой $x \in D$ оказывается

$$f(C_x \cap D) = C_{f(x)} \cap f(D).$$

Тогда f есть либо однородное преобразование Лоренца L с гомотетией H, либо может быть представлено как такое преобразование с добавлением инверсии[2] *I или особой двойной инверсии J. Иначе говоря, f приводится к одному из трех видов HL, HLI, HLJ, причем в двух последних случаях оно может быть приведено также к виду IHL и соответственно JHL.*

При дополнительном предположении, что область должна быть инвариантной относительно группы, сохраняющих световые конусы биекций, т.е. $f(D) = D$, получаем, что пространство-время, т.е. область D – это либо аффинное пространство A^4, либо полупространство, ограниченное касательной гиперплоскостью к световому конусы, либо конформное пространство C^4, полученное добавлением к A^4 бесконечно удаленного светового конуса, либо накрывающее для C^4 пространство $\tilde{C}^4$.

Иначе говоря, пространство-время, допускающее в качестве движений преобразования Лоренца не может быть A^4 с приклеенной 3-ручкой (3-мерной пространственной кротовой норой). Но в таком случае рассуждения Кипа Торна [22, 23] о возможности построения машины времени с помощью движения одного из концов кротовой норы, базирующиеся на лоренцевом замедлении часов на движущемся конце, являющемся следствием преобразований Лоренца, без всякого основания предполагают, что преобразования Лоренца остаются справедливыми в неодносвязном пространстве-времени, и, следовательно, не опираются на строго установленный научный факт.

3 Аксиоматизация общей теории относительности

А.Д. Александров отмечал, что общая теория относительности (ОТО) отличается от СТО тем, что в ней пространство-время является, как правило, неоднородным, и в силу этого его геометрия описывается общей псевдоримановой метрикой. Он не оставил

[2] 1) гомотетия $H : x' = \lambda x + a$ ($\lambda \neq 0$; не исключая $\lambda < 0$; допуская $\lambda = 1$),); 2) инверсия – это

$$I_a : x \to \frac{x - a}{(x - a)^2} + a;$$

3) особая двойная инверсия

$$J_{ca} : x \to \frac{x - a + c(x - a)^2}{1 + 2c(x - a)} + a,$$

где вектор $c \neq 0$ таков, что $c^2 = 0$, а в остальном произволен.

нам своего образца аксиоматизации ОТО. Отчасти это связано с тем, что такого рода исследованиями занялся его ученик Р.И. Пименов.

Р.И. Пименов (1968, [24]) и независимо от него Г. Буземан (1967, [25]) построили содержательные аксиоматики ОТО, основанные на формализации лоренцевой функции расстояния[3]. Эти аксиоматики опирались на теоретико-множественные понятия и объекты.

3.1 Дифференцируемая структура как независимая аксиома

Р.И. Пименов (1968, [24]) во многих своих работах имел ввиду александровское ви́дение пространства-времени как объекта, топологическая и метрическая структуры которого обязаны наличию причинно-следственных связей между событиями, рассматриваемых как исходные, первичные понятия, подобные точкам в геометрии.

Другими словами, пространство-время – это структура рода $\langle\mathcal{M},\preceq\rangle$, где $\mathcal{M}$ – множество событий, а $\preceq$ отношение порядка на $\mathcal{M}$, формализующее причинно-следственную структуру.

Однако дифференцируемая структура $\mathcal{F}$ 4-мерного пространства-времени ОТО, в общем случае, никак не выводилась из (локального) отношения порядка $\preceq$.

В случае глобального порядка пространство-время является некомпактным 4-мерным многообразием. В таком случае дифференцируемая структура $\mathcal{F}$ всегда существует [27], и Р.И. Пименову удалось ввести ее исходя из порядковой структуры. Соответствующую аксиоматику можно найти в [24] (см. также [20, § 9.8]).

Однако в случае существенно локального порядка Р.И. Пименов пришел к выводу, что существование (локального) порядка и существование дифференцируемой структуры[4] являются независимыми фактами и должны постулироваться в виде отдельных аксиом. Это связано с тем, что, например, на $\mathbb{R}^4$ существует несчетное число недиффеоморфных дифференцируемых (гладких) структур, и это может означать наличие, как минимум, двух недиффеоморфных пространств-времен с одной и той же лоренцевой функцией расстояния [29].

Таким образом, пространство-время ОТО – это структура рода $\langle\mathcal{M},\preceq,\mathcal{F}\rangle$, где $\mathcal{M}$ – множество событий, $\preceq$ отношение порядка на $\mathcal{M}$, а $\mathcal{F}$ – дифференцируемая структура.

4 Проблема замкнутых причинных цепей

Пространство-время с локальным, не глобальным, отношением причинного порядка, может допускать времениподобные замкнутые кривые, которые интерпретируются как естественная машина времени. А.Д. Александров в 1968-69 годах, видимо, серьезно размышлял о сущности замкнутых причинных цепей. В январе 1969 г. он показал автору этой статьи как строится метрика, допускающая такие цепи. Он имела вид:

$$ds^2 = \cos x^3({dx^1}^2 - {dx^2}^2) - 2\sin x^3 dx^1 dx^2 - {dx^3}^2 - {dx^4}^2,$$

[3]Аналогичные исследования проводили Т. Кронхеймер и Р. Пенроуз [26].

[4]Компактное 4-многообразие может не иметь дифференцируемой структуры [28].

и соответствовала полю гравитации, создаваемому безмассовым скалярным полем $\varphi(x^3) = c^2/4\sqrt{\pi G}x^3 + const$. Причинная цепь состоит их двух времениподобных кривых вида: $x^1 = 2\sin(t/2) + \alpha, x^2 = -2\cos(t/2) + \beta, x^3 = at$ $(a^2 < 1)$ и двух прямых в плоскости $x^3 = const$ (при необходимости кривую можно сгладить в точках соединения всех четырех кривых).

Замкнутые причинные цепи появляются и в конформной модели Вселенной C^4, представленной в § 2.2.

В связи с проблемой интерпретации замкнутых причинных цепей А.Д. Александров писал: "считают, что наличие таких цепей недопустимо, невозможно, "так как оно противоречит понятию причинности". Это соображение, однако, неосновательно, потому что неосновательно думать, будто природа должна согласовываться с нашими понятиями. Понятие причинности отвечает локальной структуре природы, из нее оно и взято, но это не значит, что в иных пределах это понятие не требует изменений" [21, с.11].

В 1969 году А.Д. Александров поставил задачу описания физических условий тех "пределов", в которых существуют замкнутые причинные цепи. Ее решение было найдено в 1972 году и опубликовано в [30].

Предположим, что замкнутая времениподобная кривая L является аналитической жордановой кривой и лежит на односвязной поверхности $F \subset D$, причем L граница F, находящейся в пространстве, заполненном пылевидной материей с плотностью ρ.

Тогда хронометрически инвариантное по Зельманову время $\tau(L)$, требуемое для обхода по L, в общем-то, можно оценивать с помощью следующей формулы:

$$\tau(L) \sim \frac{\sqrt{8\pi G\rho}}{c^2}\sigma(F), \quad \sigma(F) = \iint\limits_F dS \tag{4}$$

Из (4) вытекает, что если допустить "евклидово" соотношение $\sigma(F) \sim \pi^{-1}[l(L)]^2$, где

$$l(L) = \int\limits_L \sum_{\alpha,\beta=1}^{3} \sqrt{\left(-g_{\alpha\beta} + \frac{g_{0\alpha}g_{0\beta}}{g_{00}}\right) dx^\alpha dx^\beta}$$

– пространственная длина петли L и $\sigma(F)$ – "евклидова" площадь поверхности F, то

$$\tau(L) \sim 2 \cdot 10^{-24}\sqrt{\rho} \cdot [l(L)]^2 \ (сек).$$

Из этой формулы видно, что причинные цепи существуют либо в крайне экстремальных физических условиях, либо имеют размеры галактического масштаба. Ни с чем подобным человечество в своем жизни не встречалось, поэтому очевидно, что наше понятие причинности, как и предполагал А.Д. Александров, непригодно для описания возникающих ситуаций.

4.1 Формальные аксиоматики теории относительности

Существуют несколько формальных аксиоматик СТО. Одна из первых из них основывается на теореме Александрова-Овчинниковой-Зимана, выводящей преобразования

Лоренца из закона постоянства скорости света. Это система аксиом построена известным логиком Р. Гольдблаттом (1987, [31]).

Другая интересная формальная аксиоматика СТО, показывающая что постулат существования сверхсветовых перемещений есть положение совместимое с кинематикой СТО, предложена G. Székely (2012, [32]).

Если покинуть теоретико-множественную парадигму, которая распространяется практически на всю современную математику, и перейти к теоретико-топосной парадигме, то легко формулируется формальная система аксиом для теории относительности, опирающаяся на александровское ви́дение пространство-времени, и которая допускает в качестве возможных интерпретаций как псевдоевлидово пространство-время, так и псведориманово пространство-время. Другим словами, одна формальная аксиоматика имеет в качестве модели как СТО, так и ОТО [33].

5 Заключение

Гильберт, формулируя свою 6-ю проблему, делал это в 1900 году, когда еще не существовали ни квантовая механика, ни теория относительности. Но аксиоматики этих физических теорий, предложенные А.Д. Александровым, появились в полном соответствии с представлением Гильберта о прогрессе в математике и физике. Выдающийся ум А.Д. Александрова воспринимал генеральную линию в науке на слияние математики и физики, намеченную Гильбертом, и сделал свой вклад по ее развитию.

Задача аксиоматизации физических дисциплин, поставленная Гильбертом очень часто замалчивается и не считается сколь-нибудь важной задачей, стоящей перед математиками. Это, на наш взгляд, связано с тем, что в нашу историческую эпоху математики также, как физики, считают Внешний Мир *вне* нас *реальной действительностью*, существующей независимо от нашего сознания, и в силу этого физические дисциплины периодически претерпевают революции за счет получения в экспериментах новых фактов, не отраженных в ранее созданной аксиоматической системе физической теории.

"Физик – писал Гильберт – часто находится во власти результатов своего эксперимента, с помощью которого и во время которого он вынужден в развитии своей теории делать новые допущения; при этом в отсутствии противоречия вновь принятого допущения с прежними его убеждает только или сам эксперимент, или некоторая физическая интуиция – обстоятельство, которое при строго логическом построении теории недопустимо" [34, с.35].

Напротив Эйнштейн заявлял, что "если теоремы математики прилагаются к отражению реального мира, они не точны; они точны до тех пор, пока они не ссылаются на действительность. Полной ясности в этом вопросе, как мне кажется, можно достичь лишь с помощью "аксиоматики". Прогресс, достигнутый аксиоматикой, заключается в том, что она четко разграничила логически-формальное от его объективного или наглядного содержания. Согласно аксиоматическому подходу, только логически-формальное составляет предмет математики; но наглядное или какое-либо другое содержание математики, не связанное с логически-формальным, не имеет отношения к математике” [35, с.83-84].

К спору двух гениев можно добавить следующее: уравнения гравитационного поля, именуемые сейчас уравнениями Эйнштейна и вид которых Эйнштейн тщетно искал на протяжении нескольких лет, были получены Гильбертом чисто формально-логическим образом.

Идеальная аксиоматическая физическая теория должна выводить всё наглядное содержание (физические факты) формально-логическим путем. Но это означает, что человеческое сознание и упомянутая выше реальная действительность находятся в тонкой взаимосвязи, природа которой нами пока либо не осознается, либо, если и осознается лучшими умами, то не имеет научного описания.

Список литературы

[1] Александров А.Д. О вычислении энергии двухвалентного атома по методу Фока // Журн. эксперим. и теорет. физики. 1936. Т.4, вып. 4. С.326-341.

[2] Александров А.Д. Замечание о правилах коммутации и уравнении Шредингера // Доклады АН СССР. 1934. Т.4, N. 4. С.198-202.

[3] Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. Логические исчисления и формализация арифметики. М.: Наука, 1975.

[4] Александров А.Д. О смысле волновой функции // Доклады АН СССР. 1952. Т.85, N. 2. С.291-294.

[5] Александров А.Д. О парадоксе Эйнштейна в квантовой механике // Доклады АН СССР. 1952. Т.84, N. 2. С.253-256.

[6] Einstein A. Zur Elektrodynamik der bewegter Korper // Ann. Phys. 1905. B.17. S.891-921.

[7] Ignatowsky W. v. Der starre Körper und das Relativitätsprinzip // Annalen der Physik. 1910. B.338 (13). S.607-630.

[8] Умов Н.А. Единообразный вывод преобразований, совместных с принципом относительности / Избранные сочинения. – М.: Гостехиздат, 1950.

[9] Robb A.A. A theory of time and space. – Cambridge: Heffer, 1912.

[10] Weyl H. Raum, Zeit, Materie. – Berlin, 1923.

[11] Weyl H. Axiomatik. Рукопись лекций по аксиоматике СТО 1930-31 годов, хранящаяся в Institute for Advanced Study at Princeton.

[12] Carathéodory C. Zur Axiomatik der speziellen relativitatstheorie // Sitzb. Preuss. Acad. Wiss. 1923. S.12-27.

[13] Reichenbach H. Axiomatization of the Theory of Relativity. – Berkely and Los Angeles: Univ. Calif. Press, 1969 (1-е издание в 1924 г.).

[14] Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. – М., 1955. С.475-482.

[15] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. – М.: Наука, 1973.

[16] Zeeman E.C. Causality implies the Lorentz group // J.Math. Phys. 1964. V.5, no.4. P.490-493.

[17] Александов А.Д. Пространство и время в современной физике в свете философских идей Ленина // Ленин и современное естествознание. – М.: Мысль, 1969. С.202-229.

[18] Александров А.Д. К основаниям геометрии пространства-времени // Доклады АН СССР. 1974. Т.219, N. 1. С.11-14.

[19] Александров А.Д. К основаниям геометрии пространства-времени // Доклады АН СССР. 1974. Т.219, N. 2. С.265-267.

[20] Гуц А.К. Хроногеометрия. – Омск: ООО "УниПак", 2008. - 340с.

[21] Александров А.Д. О основам теории относительности // Вестник ЛГУ, сер. мат. 1976. N. 19. С.5-28.

[22] Morris M.S., Thorne K.S. *Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool teaching general relativity* // Am. J.Phys. 1988. V.56, no.5. P.395-412.

[23] Morris M.S., Thorne K.S., Yurtsever U. *Wormholes, Time machines, and the Weak Energy Condition* // Phys.Rev.Lett. 1988. V.61, no.13. P.1446-1449.

[24] Пименов Р.И. Пространства кинематического типа // Зап. научн. семин. ЛОМИ. 1968. Т.6. С.3-496.

[25] Busemann H. Time-like spaces // Dissertationes mathematicae, 1967. N.53. P.5-50.

[26] Kronheimer T.H., Penrose R. On the structure of causal spaces // Proc. Cambr. Phil. Soc. 1967. V.63. P.481-501.

[27] Quinn F. Ends of maps // J. Diff. Geom. 1982. V.17, no.3. P.503-521.

[28] Freedman M. Topology of 4-dimensional manifolds // J. Diff. Geom. 1982. V.17, no.3. P.357-453.

[29] Гуц А.К. Хроногеометрия и экзотические $\mathbb{R}^4$ // Всесоюзная конференция по геометрии «в целом». Тезисы докладов. Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1987. С.36.

[30] Гуц А.К. О времениподобных замкнутых гладких кривых в общей теории относительности // Известия вузов. Физика. 1973. N. 9. С.33-36.

[31] Goldblatt R. Orthogonality and spacetime geometry. New York: Springer, 1987.

[32] Székely G. The Existence of superluminal paricles is consistent with the kinematics of Einstein's special theoty of relativity. – URL:http://arxiv.org/pdf/1202.5790v1.pdf

[33] Гуц А.К. Теоретико-топосный подход к основаниям теории относительности // Доклады АН СССР. 1991. Т.318, N. 6. С.1294-1297.

[34] Проблемы Гильберта / Сборник под редакцией П.С. Александрова. – М.: Наука, 1969. 240 с.

[35] Эйнштейн А. Геометрия и опыт / Собрание научных трудов. Т.4. – М.: Наука, 1966.

A.K. Guts

The A.D.Alexandrov's axiomatizations of quantum mechanics and relativity theory

In the article the A.D. Alexandrov's results on quantum mechanics and special theory of relativity are presented in axiomatic form.

Keywords: axiomatics, A.D.Alexandrov, quantum mechanics, relativity theory.

СВЕДЕНИЕ ОБ АВТОРЕ:

Гуц Александр Константинович

Alexander K. Guts

д.ф.-м.н., профессор

профессор кафедры кибернетики

факультет компьютерных наук

Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского