

## **ПРОГРАММНОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ, ВИЗУАЛИЗИРУЮЩЕЕ РАСЧЁТЫ ПОСТПОЖАРНОЙ СУКЦЕССИИ МХОВ В ЗАПОВЕДНИКЕ УТРИШ**

**А.К. Гуц**<sup>1</sup>

д-р физ.-мат. наук, профессор, e-mail: aguts@mail.ru

**О.А. Терентьева**<sup>2</sup>

старший преподаватель, e-mail: anatole4ka@yandex.ru

<sup>1</sup>Федеральный исследовательский центр «Субтропический научный центр, Российской академии наук», Сочи, Россия

<sup>2</sup>Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, Омск, Россия

**Аннотация.** Представлено программное приложение, позволяющее графически отобразить динамику вероятностей стадий сукцессии и вычисляющее соответствующее время сукцессии. Проведённые вычислительные эксперименты иллюстрируют и визуализируют результаты наблюдения постпожарной сукцессии в заповеднике Утриш.

**Ключевые слова:** программное приложение, визуализация сукцессии, лесной пожар, заповедник Утриш, постпожарная сукцессия мхов.

### **Введение**

В работе [1, 2] приведены исследования сукцессии мхов в заповеднике Утриш (полуостров Абрау, Черноморское побережье России) пострадавшем от лесного пожара.

Выявлено ускорение сукцессии на первом этапе на участках, подвергшихся пожару повышенной интенсивности по сравнению с участками с пониженной интенсивностью горения. Констатировалось, что избыток определённых химических элементов на участках повышенной интенсивности горения по сравнению с фоновыми и отсутствие такового на участках с низкой эффективностью пожара является весьма вероятной причиной более успешного первого этапа сукцессии мхов, занявшего 1 год на участках повышенной интенсивности горения и 2 года на участках с низкой эффективностью пожара [3].

Была предложена математическая модель в рамках теории марковских процессов, описывающая ускорение сукцессии на участках с повышенной интенсивностью горения по сравнению с иными постпожарными участками на основе наличия того или иного преимущества, которое имели растения на сильно выгоревших участках леса.

В данной статье представлено программное приложение, позволяющее графически представлять динамику вероятностей стадий сукцессии и вычисляющее со-

ответствующее время сукцессии. Приложение имеет два варианта. Первый вариант представляет решения на двух типах участков (с повышенной и пониженной интенсивностью горения), а второй – сукцессию на участках с пониженной интенсивностью горения при условии, что растения имеют возможность дополнительной подпитки, компенсирующую в какой-то мере избыток определённых химических элементов, которые имелись на участках с повышенной интенсивностью горения.

Проведённые вычислительные эксперименты иллюстрируют и визуализируют объявленные в статье [1] результаты наблюдения постпожарной сукцессии в заповеднике Утриш.

### 1. Математическая модель сукцессии

Рассматриваем два участка  $U_s$  и  $U_w$ , претерпевших соответственно пожар повышенной интенсивности (сильной, strong) и пониженной интенсивности (слабой, weak), и обозначаем как  $S_0, S_1, S_2$  – стадии сукцессии. Стадия  $S_0$  – начальная стадия, послепожарная,  $S_1$  – первая стадия, через год в случае заповедника Утриш;  $S_2$  – последующая стадия, время наблюдений которой мы не фиксируем.

Каждая стадия сукцессии также реализуется с некоторой вероятностью  $p_i$ .

Представим изучаемые сукцессии посредством графов и соответствующих им уравнений Колмогорова – Чепмена (рис. 1, 2).

Для мхов на участке  $U_s$  имеем:

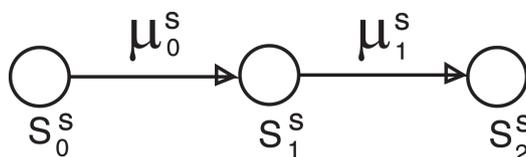
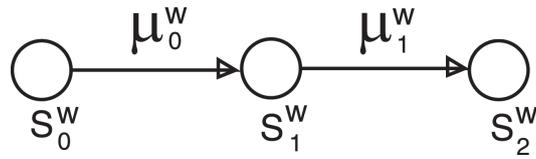


Рис. 1. Граф сукцессии на участке  $U_s$

$$\begin{cases} \frac{dp_0^s}{dt} = -\mu_0^s p_0^s, \\ \frac{dp_1^s}{dt} = \mu_0^s p_0^s - \mu_1^s p_1^s, \\ \frac{dp_2^s}{dt} = \mu_1^s p_1^s, \end{cases} \quad (1)$$

$$\sum_{i=0}^2 p_i^s = 1.$$

А на участке  $U_w$ :

Рис. 2. Граф сукцессии на участке  $U_w$ 

$$\begin{cases} \frac{dp_0^w}{dt} = -\mu_0^w p_0^w, \\ \frac{dp_1^w}{dt} = \mu_0^w p_0^w - \mu_1^w p_1^w, \\ \frac{dp_2^w}{dt} = \mu_1^w p_1^w, \end{cases} \quad (2)$$

$$\sum_{i=0}^2 p_i^w = 1.$$

Избыток элементов на участке  $U_s$  ведёт к интенсификации потока событий, способствующих ускорению сукцессии. Поэтому мы полагаем, что

$$\mu_0^s > \mu_0^w.$$

Уравнения (1), (2) решаем при начальных данных

$$p_0^s(0) = 1, \quad p_1^s(0) = p_2^s(0) = 0, \quad p_0^w(0) = 1, \quad p_1^w(0) = p_2^w(0) = 0.$$

## 2. Программное приложение

Созданное программное приложение находит графическое решение рассматриваемых на участках  $U_s$ ,  $U_w$  систем дифференциальных уравнений после ввода исходных величин  $\mu_1$  и  $V$ ,  $Z$ , описанных ниже, и:

– осуществляет графический вывод значений вероятности состояний (стадий) сукцессии  $p_0(t)$ ,  $p_1(t)$ ,  $p_2(t)$  (зелёная линия – вероятность нахождения в стадии  $S_0$ , красная – в стадии  $S_1$ , синяя – в стадии  $S_2$ );

– рассчитывает среднее время этапа сукцессии  $T$ , интенсивности  $\mu_0$  переходов растительности с начальной стадии  $S_0$  в первую  $S_1$ .

Интенсивность  $\mu_0$  вычисляем, используя формулу из [1]:

$$\mu_0 = \frac{1}{2} \exp\left(\frac{1}{4} \frac{Z_c}{V_c}\right) \quad (\text{в годах}),$$

где  $Z_c$  – суммарное превышение содержания элементов в почве относительно фонового,  $V_c$  – суммарное превышение содержания элементов в растениях почве относительно фонового.

Среднее время (в годах) переходов  $S_0^s \rightarrow S_2^s$  и  $S_0^w \rightarrow S_2^w$  можно оценить соответственно по формулам:

$$T_s = \frac{1}{\mu_0^s} + \frac{1}{\mu_1^s}, \quad T_w = \frac{1}{\mu_0^w} + \frac{1}{\mu_1^w}.$$

Интерфейс приложения изображён на рис. 3, 4.

Пользователь может:

- менять шаг интегрирования и отрезок интегрирования  $[0, \text{период}]$  на оси  $OX$  (шаг интегрирования лучше брать с сотыми долями, например, 0,01, 0,05 и т. д.);
- навести мышь на график и наблюдать надписи (каждая кривая подписана);
- после ввода данных запускать приложение нажатием кнопки «Вычислить».

### 3. Вычислительный эксперимент, подтверждающий наблюдения

Был проведён вычислительный эксперимент, который численно повторяет результат статьи [1] (табл. 1), т. е. при  $Z_c^s = 31, V_c^s = 8$  для участка  $U_s$  величины,  $Z_c^w = 6, V_c^w = 20$  для  $U_w$ , а также для  $\mu_1^s = \mu_1^w = \mu_1 = 5$  имеем:  $\mu_{=5} > \mu_0^s = 1,32 > \mu_0^w = 0,54$  и  $T_s = 0,95 < T_w = 2,05$  (в годах), и дополняет его графическим представлением вероятностей  $p_i(t)$  (рис. 3 и 4).

Таблица 1. Результаты вычислительного эксперимента

	$Z$	$V$	$\mu_1$	$\mu_0$	$T$
Пожар повыш. инт.	31	8	5	1,32	0,96
Пожар пониж. инт.	6	20	5	0,54	2,05

### 4. Вариант «подпитки» растений на участке с пониженной интенсивностью горения

Рассмотрим подробнее сукцессию на участках пожара с пониженной интенсивностью горения, вводя дополнительные состояния  $S_{01}$  и  $S_{12}$ , за счёт которых растения будут дополнительно «подпитываться». Переход к таким состояниям «подпитки» обозначим через  $\lambda_0$ , а обратный переход в исходную стадию – через  $\lambda_1$ .

Чем обусловлена необходимость изучить такой вариант сукцессии?

Растения (мхи) участка  $U_w$  в постпожарной стадии  $S_0^w$  оказались в более комфортной ситуации, или в менее «стрессовом» состоянии, чем мхи на участке  $U_s$ . Элементы здесь на фоновом уровне, и для восстановления они вынуждены обратиться к дополнительным ресурсам выживания  $S_{01}^w$  и  $S_{12}^w$ , обратившись к которым, растения «подпитываются» перед переходом к стадии  $S_1^w$  и  $S_2^w$  соответственно. Вероятности ресурсов  $S_{01}^w$  и  $S_{12}^w$ , а точнее обращение к ним с целью «подпитки», обозначаем как  $p_{01}$  и  $p_{12}$ . При этом обращение к ним идёт с интенсивностью  $\lambda_0$ , а «подпитка» – с интенсивностью  $\lambda_1$  (рис. 5).

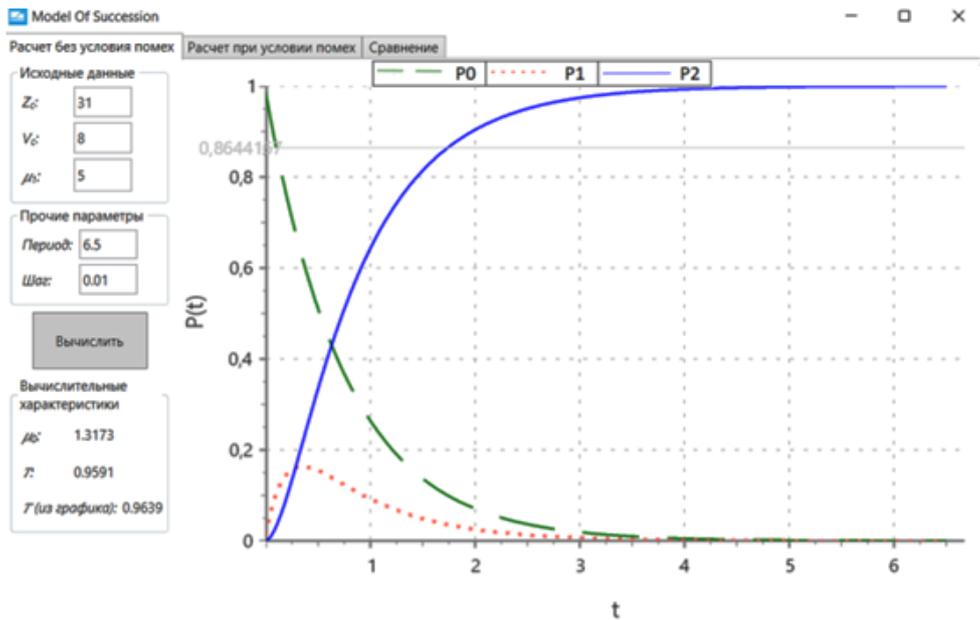


Рис. 3. График изменения вероятности состояний для условия пожара с повышенной интенсивностью

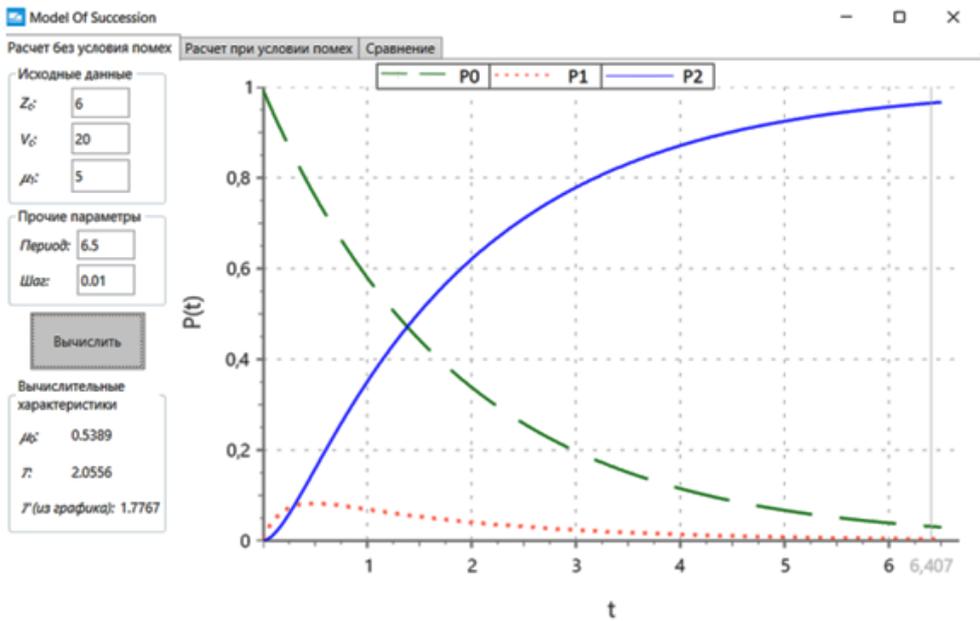


Рис. 4. График изменения вероятности состояний для условия пожара с пониженной интенсивностью

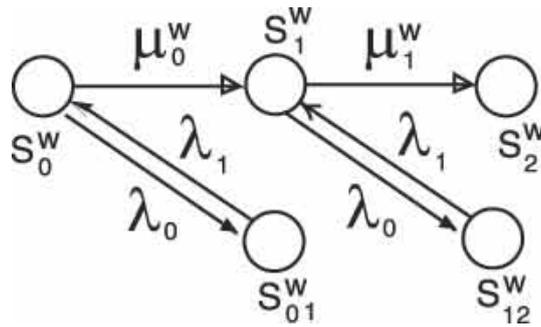


Рис. 5. Граф более «реальной» сукцессии на участке  $U_w$

Таблица 2. Данные для вычислительного эксперимента

№		$Z$	$V$	$\mu_1$	$\mu_0$	$\lambda_0$	$\lambda_1$	$T$
1	Пожар пониж. инт., рис. 6	6	20	5	0,54	-	-	2,05
2	Пожар пониж. инт., рис. 7	6	20	5	0,54	5	3	2,59
3	Пожар пониж. инт., рис. 8	6	20	5	0,54	5	4	2,5056
4	Пожар пониж. инт., рис. 9	6	20	5	0,5389	5	5	2,4556
5	Пожар пониж. инт., рис. 10	6	20	5	0,5389	3	5	2,589
6	Пожар пониж. инт., рис. 11	6	20	5	0,5389	4	5	2,5056

Дифференциальные уравнения примут следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp_0^w}{dt} = \lambda_1 p_{01}^w(t) - (\mu_0 + \lambda_0) p_0^w(t) \\ \frac{dp_1^w}{dt} = \mu_0 p_0^w(t) - (\mu_1 + \lambda_0) p_1^w(t) + \lambda_1 p_{01}^w(t) \\ \frac{dp_2^w}{dt} = \mu_1 p_1^w(t), \\ \frac{dp_{01}^w}{dt} = \lambda_0 p_0^w(t) - \lambda_1 p_{01}^w(t) \\ \frac{dp_{12}^w}{dt} = \lambda_0 p_1^w(t) - \lambda_1 p_{12}^w(t) \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^2 p_i^w + p_{01}^w + p_{12}^w = 1.$$

Система уравнения (3) решается при начальных данных:

$$p_0^w(0) = 1, \quad p_{01}^w = p_1^w(0) = p_2^w(0) = 0. \quad (4)$$

#### 4.1. Вычислительные эксперименты. Время сукцессии

Для случая «подпитки» проинтегрируем систему дифференциальных уравнений (3) с начальными данными (4) (табл. 2) и вычислим среднее время сукцессии по формуле

$$T_w = \frac{1}{\mu_0} + \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\lambda_0} + \frac{1}{\lambda_1}.$$

Результаты приведены в табл. 2 и на рис. 6–11. На рис. 7–11 при различных значениях  $\lambda_0$  и  $\lambda_1$ .

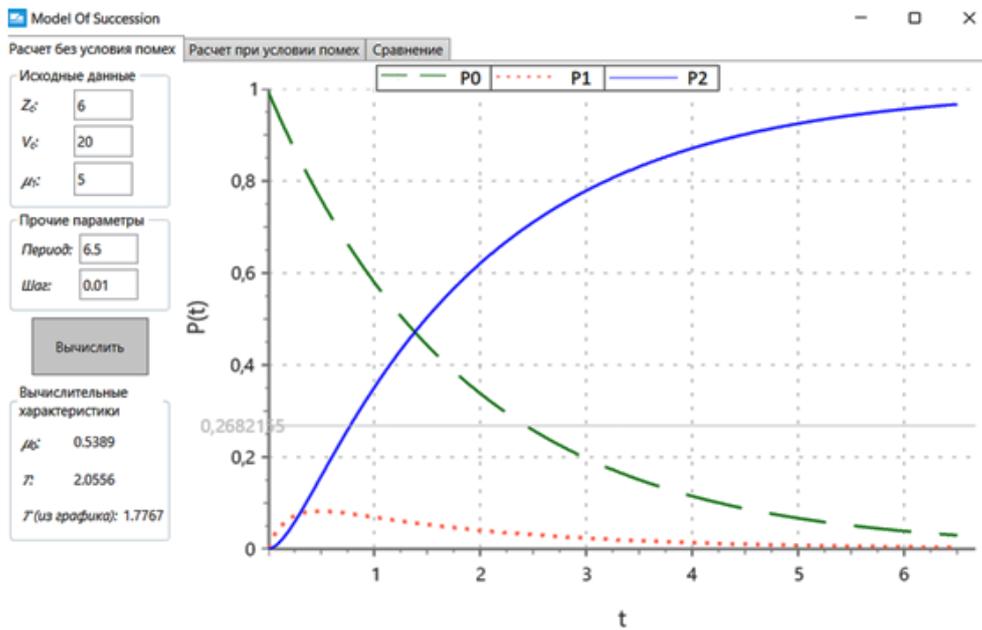


Рис. 6. Участок  $U_w$ . Отсутствие «подпитки»

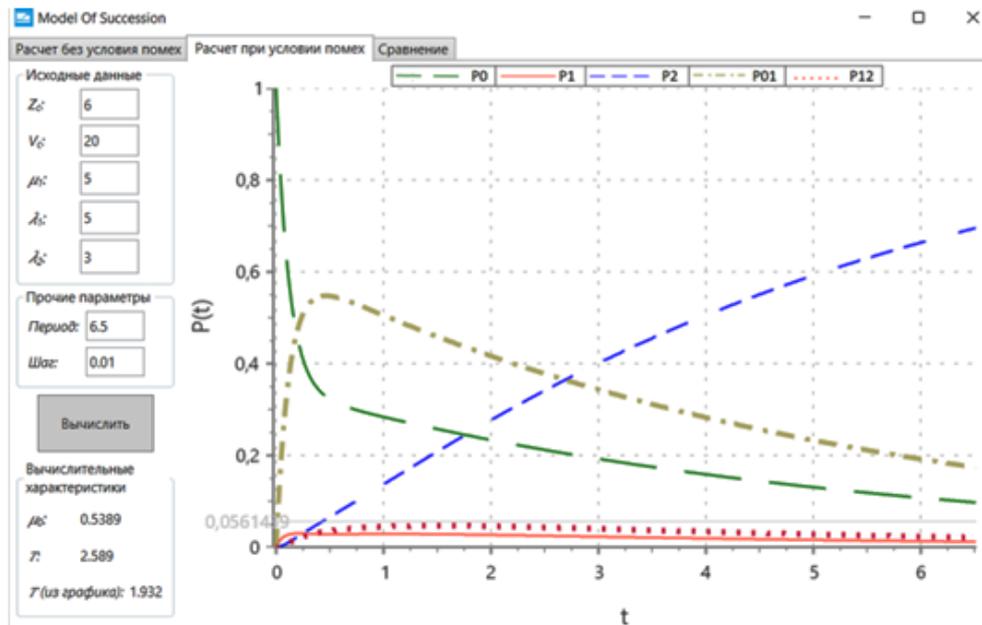


Рис. 7. Участок  $U_w$ . Наличие «подпитки» при  $\lambda_0 = 5$ ,  $\lambda_1 = 3$

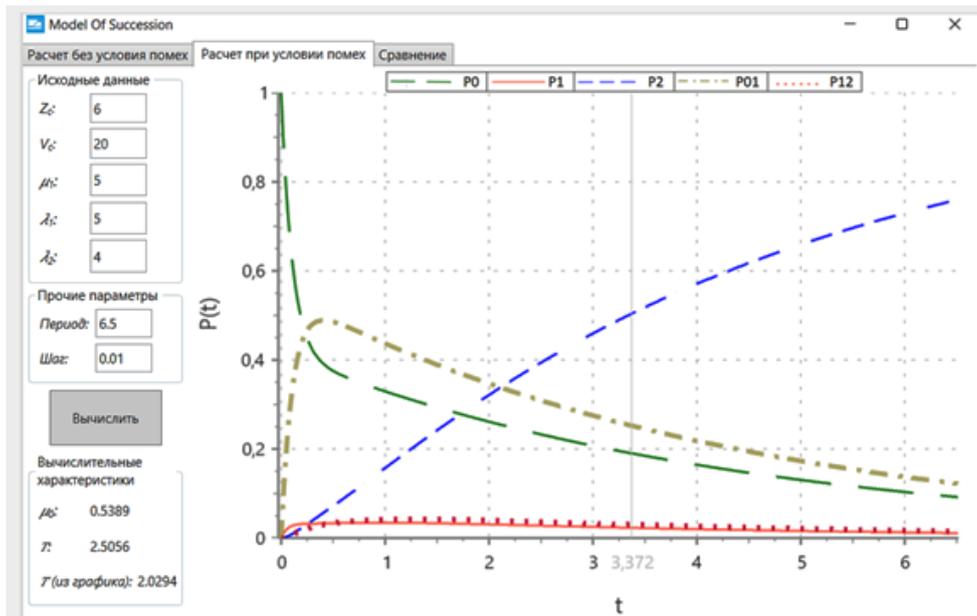


Рис. 8. Участок  $U_w$ . Наличие «подпитки» при  $\lambda_0 = 5, \lambda_1 = 4$

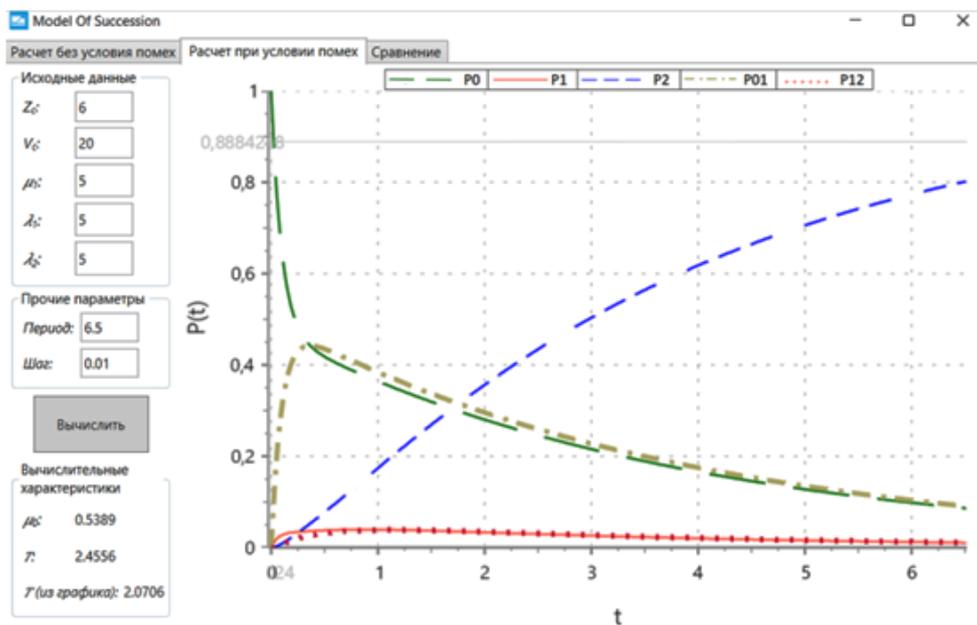
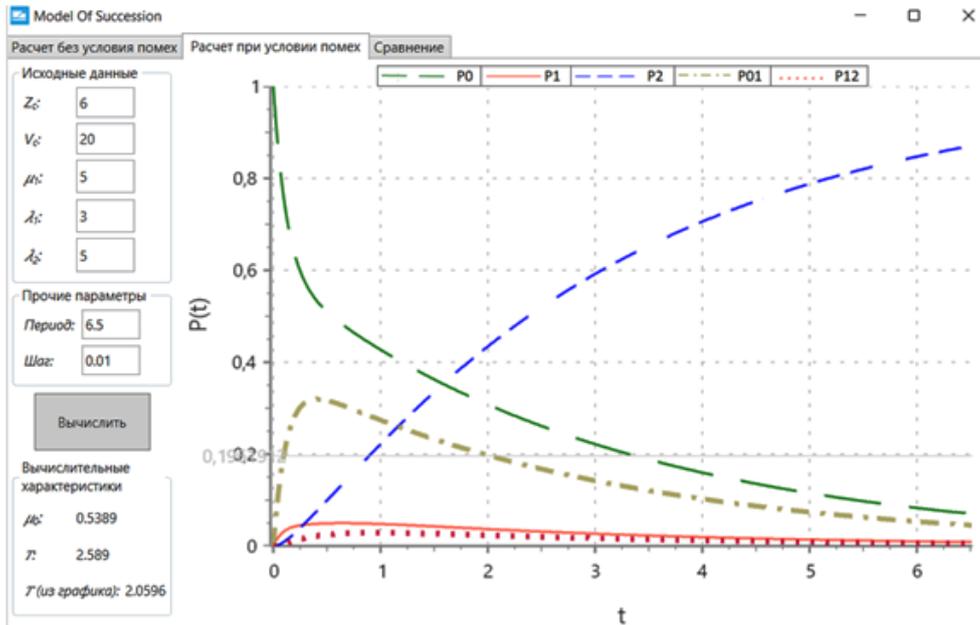
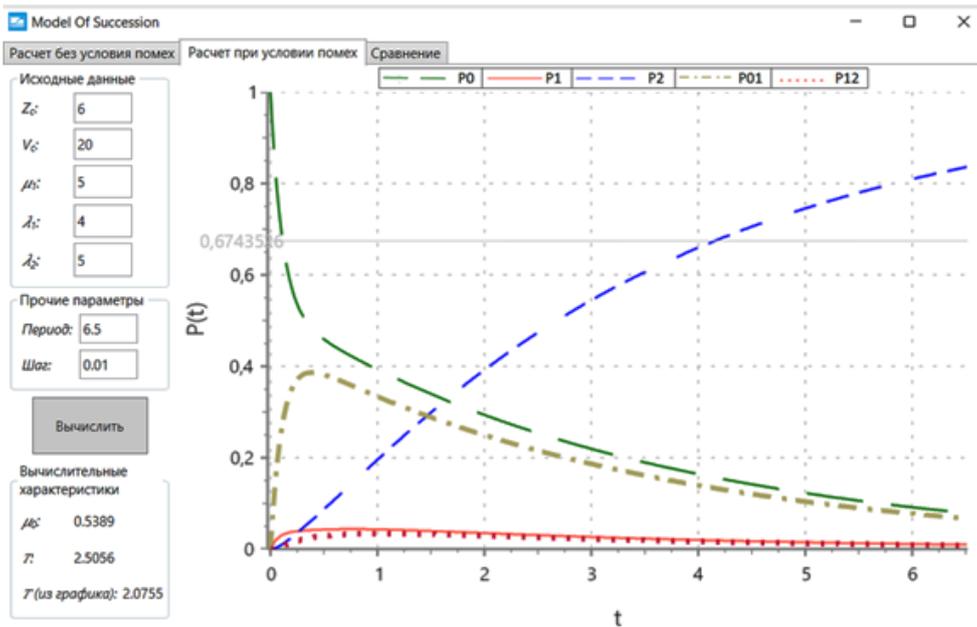


Рис. 9. Участок  $U_w$ . Наличие «подпитки» при  $\lambda_0 = 5, \lambda_1 = 5$

Рис. 10. Участок  $U_w$ . Наличие «подпитки» при  $\lambda_0 = 3, \lambda_1 = 5$ Рис. 11. Участок  $U_w$ . Наличие «подпитки» при  $\lambda_0 = 4, \lambda_1 = 5$

## 5. Заключение

Графические решения уравнений (рис. 3, 4), описывающих сукцессию, визуализируют и подтверждают выводы статьи [1]. В данной статье мы более подробно рассмотрели сукцессию на участках  $U_w$  с пониженной интенсивностью пожара. Растения на них не имели возможности использовать тот избыточный набор химических элементов, что имелся на участках с повышенной интенсивностью горения.

Поэтому мы рассмотрели модель обращения растений участка  $U_w$  к дополнительным источникам, условно обозначенным как стадии  $S_{01}$  и  $S_2$  и названным «подпиткой».

«Подпитка» – это «попытки» ущербных растений участка  $U_w$  уйти к «успешной» стадии  $S_1$  и к конечной стадии  $S_2$  за счёт замены дефицита элементов на участке  $U_w$  чем-то иным, иным ресурсом, что способствовало бы их выживанию, восстановлению.

Поэтому мы и добавили в модели стадии  $S_{01}^w$  и  $S_{12}^w$ . Вероятности перехода к ним, как видно из рис. 7–11, минимальны, что отвечает их промежуточности, «вспомогательности» для сукцессии на участках с пониженной интенсивностью горения.

На всех рисунках мы видим стремление растений на всех участках восстановиться – кривая  $p_2(t)$  везде монотонно возрастает, хотя время восстановления разное.

## 6. Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания «Эволюция окружающей среды и климата вследствие естественных причин и антропогенного воздействия» (FGRW-2021-0015, № госрегистрации 122032300363-3).

## Литература

1. Гуц А.К., Захарихина Л.В., Веницкая Е.А., Черненко С.П., Керимзаде В.В. Математическое моделирование геохимической трансформации почвенно-растительного покрова постпирогенных зон различной интенсивности горения // Математические структуры и моделирование. 2023. № 1(65). С. 55–62.
2. Гуц А.К., Захарихина Л.В., Веницкая Е.А., Черненко С.П., Керимзаде В.В. Математическая модель геохимической трансформации почвенно-растительного покрова постпирогенных зон различной интенсивности горения // Математическое и компьютерное моделирование: сборник материалов X Международной научной конференции (Омск, 10 февраля 2023 г.). Омск : Издательство Омского государственного университета, 2023. С. 68–71.
3. Черненко С.П., Рогожина Е.В., Керимзаде В.В. Активность каталазы и уреазы, как индикатор пирогенной нарушенности почв (заповедник Утриш, полуостров Абрау) // Субтропическое и декоративное садоводство. 2022. № 82. С. 222–236.

**SOFTWARE APPLICATION VISUALIZING CALCULATIONS OF POST-FIRE  
SUCCESSION IN THE UTRISH RESERVE**

**A.K. Guts**

Dr.Sc. (Phys.-Math.), Leading Reseacher, e-mail: aguts@mail.ru

**O.A. Terent'eva**

Senior instructor, e-mail: anatole4ka@yandex.ru

Subtropical Science Centre of RAS, Sochi, Russia

**Abstract.** This article presents a software application that allows you to graphically represent the dynamics of the probabilities of succession stages and calculate the corresponding succession time. The conducted computational experiments illustrate and visualize the results of observation of post-fire succession in the Utrish Reserve..

**Keywords:** software, succession visualization, forest fires, Utrish reserve, moss succession.

*Дата поступления в редакцию: 13.05.2023*