

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Ф.М. ДОСТОЕВСКОГО

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Сборник материалов
XII Международной научной конференции

(Омск, 14 марта 2025 г.)

© Оформление. ФГАОУ ВО «ОмГУ им. Ф.М. Достоевского», 2025

ISBN 978-5-7779-2728-6

Омск
Издательство
Омского государственного
университета им. Ф.М. Достоевского
2025

Ц.Л. Володченков, А.К. Гуц¹

Сочинский государственный университет, г. Сочи, Россия

¹SPIN-код: 3792-6510

ТЕОРЕТИКО-КАТАСТРОФИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ $X_{1,0}$ АНТРОПОГЕННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ПОЧВУ В КАЛИНИНГРАДСКОЙ ОБЛАСТИ

В статье [1] был предложено использовать математическую теорию катастроф для моделирования равновесных состояний плодородия почвы, основываясь на бонитировочной шкале, состоящей из критериев, характеризующих уровень плодородия почв в конкретных почвенно-климатических условиях. В докладе мы рассматриваем Калининградскую область.

Известно [2], что для бонитировки почв в этой области основными критериями являются: 1) содержание гумуса (в %), 2) рНКСl, 3) степень оглеения, 4) содержание фосфора, 5) гидролитическая кислотность, 6) сумма поглощенных оснований, 7) гранулометрический состав, 8) степень насыщенности основаниями (в %).

Нас интересует равновесное состояние почвы, которое в значительной мере зависит от степени антропогенного воздействия a на неё.

Предлагается теоретико-катастрофическая модель $X_{1,0}$ с семью параметрами (u_1, \dots, u_7) , упомянутыми выше (после гумуса), а сам гумус описываем переменной $y(t)$. Переменная $x(t)$ – это показатель плодородия в момент времени t .

Наша модель представляет собой следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -[4x^3 + 2axy^2 + u_1 + 2u_3x + u_4y + 2u_6xy + u_7y^2] \\ \frac{dy}{dt} = -[2ax^2y + 2y + u_2 + u_4x + 2u_5y + u_6x^2 + 2u_7xy] \\ \frac{db}{dt} = y\left(1 - \frac{b}{K}\right) - wba, \end{cases}$$

где $b(t)$ – биомасса растительности, w – скорость истощения биомассы (или вода), $K = const > 0$.

В случае стационарного равновесия, которое ассоциируется со стабильностью в земледелии, т. е. при $x, y = const$, из уравнений системы получаем оценку антропогенного фактора a , обеспечивающего желанную стабильность:

$$a = -\frac{1}{2xy^2} [4x^3 + u_1 + 2u_3x + u_4y + 2u_6xy + u_7y^2], \quad (1)$$

$$a = -\frac{1}{2x^2y} [2y + u_2 + u_4x + 2u_5y + u_6x^2 + 2u_7xy]. \quad (2)$$

Уравнения (1), (2) позволяют нам, зная значения x, y, u_1, \dots, u_7 на интересующий момент времени t , вычислить значения величины a_1, a_2 соответственно. Если они равны, то мы нашли оценку антропогенного фактора обеспечивающего равновесие. Но если $a_1 \neq a_2$, то каждое из них обеспечивает равновесие соответственно плодородия и содержание гумуса, и заинтересованное лицо должно принимать решение, что для него важнее. Впрочем, можно, меняя, скажем параметры u_1, u_2 , добиться выполнения равенства $a_1 = a_2$. Например, за счет внесения удобрений увеличивают содержание фосфора и пр.

Отметим, что катастрофический непростой росток $X_{1,0}$ предполагает, что $a > -2$, $a \neq 2$ [3; 4]. Следовательно, именно таковыми должны быть значения величины a , если их вычислять с помощью формул (1) и (2). Модель $X_{1,0}$ задается *типичным* ростком $x^2 + ax^2y^2 + y^2$ [5]. Иначе говоря, она с необходимостью описывает явления с *семью управляющими параметрами* и одним *модулем* a . Важно отметить, что модуль a никак нельзя

убрать, изменяя так или иначе переменные нашей модели [5, с. 38, 88]. Понятно, что именно поэтому мы взяли его в качестве переменной, отвечающей человеческому воздействию на почву, ведь человеческий фактор неустраним.

Предложенная модель носит пока чисто теоретический характер. Для практического её применения надо выяснить, какой из параметров u_1, \dots, u_7 какому из критериев для бонитировки почв отвечает. А это само по себе является непростой задачей, не говоря уже о выборе шкал численных значений параметров u_1, \dots, u_7 так, чтобы получаемые значения переменных x и y соответствовали вычисленным почвоведом бонитировочным баллам. (Для этого делаем замены $u_i \rightarrow c_i u_i$ и подбираем нужные численные значения констант c_i).

Литература

1. Гуц А.К. Моделирование стационарных равновесных состояний почвы и их катастрофические изменения под влиянием антропогенных нагрузок // Математические структуры и моделирование. 2023. № 2 (66). С. 15–37.
2. Иванова М.А., Троян Т.Н. Оценка почв и их бонитировка для целей сортоиспытания // Вестник молодежной науки. 2025. № 4 (46). С. 1–7.
3. Павлов С.В. Описание феноменологических моделей фазовых переходов методами теории катастроф // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физика. Астрономия. 1990. Т. 31, № 1. С. 70–76.
4. Васильев В.А. Асимптотика экспоненциальных интегралов, диаграмма Ньютона и классификация точек минимума // Функц. анализ и его прил. 1977. Т. 11, вып. 3. С. 1–11.
5. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. Т. 1. М.: Мир. 350 с.