

подобная кривая. Теоремы о сингулярности показывают, что в пространстве-времени лишенном сингулярности (т.е. геодезически полном в том или ином смысле) обязаны быть временные петли. Как показывает теорема Героца [1] в случае замкнутого 3-пространства изменение топологии 3-пространства неизбежно приводит к появлению временных петель. Если учесть, что топология физического пространства может измениться вследствие гравитационного коллапса массивных звезд [2], то мы должны признать, что временные петли - не досадная опечатка, вкрашаясь в изложение теории относительности, а напротив - это одно из наиболее глубоких по содержанию мест теории гравитации Эйнштейна. В случае некоторого класса постоянных гравитационных полей связь между истинным временем $\tau(L)$, отвечающим временной петле L , и скоростью v материи (макропыли), создающей поле, определяется формулой

$$\tau(L) = \frac{4\sqrt{\pi G}}{c^2} \int_F \left(\frac{\rho}{\Delta} \frac{1 + v^2/c^2}{1 - v^2/c^2} \right)^{1/2} dS, \quad (1)$$

где F - κ -поверхность с границей L , dS - евклидова мера на F , $\Delta = \min_{i,j} |\Delta_{ij}^2|$, $\Delta_{ij}^2 \geq 0$ - миноры матрицы $\| -g^{\alpha\beta} \|$. Формула (1) обобщает аналогичную формулу из [3].

Показано, что если в 4-области допускаются стягиваемые временные петли, то метрика сингулярна, т.е. $\det \|g_{ik}\| = 0$. Для анализа затруднений с принципом причинности следует: 1) использовать идеи А.Д.Александрова (1973) о "совпадающих" событиях; 2) отказаться от мысли, что причинная связь должна с необходимостью осуществляться для событий, лежащих на временной петле (А.М.Мосталенко, 1969).

ЛИТЕРАТУРА

1. Geroch R.J. // J. Math. Phys. - 1967. - Vol. 8. - P. 782.
2. Гуц А.К. // Изв. вузов. Физика. - 1982. - № 5. - С. 23.
3. Гуц А.К. // Изв. вузов. Физика. - 1973. - № 9. - С. 33.

ЭКЗОТИЧЕСКИЕ R^4 В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

А.К. Гуц
(ОГУ)

Открытие недиффеоморфных гладких структур на односвязных некомпактных 4-многообразиях (экзотические R^4 и $S^3 \times R$, см [1,2]) позволяет поставить вопрос: возможно ли, что при определенных физических условиях происходит смена гладкой

структуры пространства-времени? Действительно, описание пространства-времени как мира событий наблюдателями, находящимися в различных системах отсчета, можно математически трактовать как использование двух систем координат. Согласование полученных двух описаний - это замена переменных, т.е. биекция $f: R^4 \rightarrow R^4$. Если обе системы координат принадлежат одной гладкой структуре, то f диффеоморфизм, самое большее - гомеоморфизм. Поскольку речь идет об одном пространстве-времени, но разных его описаниях, то f должно быть в каком-то смысле обобщенной изометрией метрики g_{ik} . В самом простом случае при $f \in W_2^1(R^4)$ получаем, что f отличается от классической изометрии на множестве лебеговой меры нуль. Физически это влечет нарушение причинности (см. [3]).

Какова физика, отвечающая замене переменных f , т.е. переходу от одной системы отсчета к другой? Для инерциального движения f - диффеоморфизм (преобразование Лоренца). В случае f , влекущего переход к экзотическому R^4 (или $S^3 \times R$), ответ отчасти зависит от геометрических свойств $R_{\text{экз}}^4$. Например, наблюдатель в $R_{\text{экз}}^4$ находится в крайне неоднородном гравитационном поле ($R_{\text{экз}}^4$ не допускает просто транзитивной разрешимой группы Ли преобразований). Негладкие замены f с необходимостью ведут к обобщенному принципу относительности [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Gompf R. // J. Diff. Geom. - 1983. - Vol. 18. - P. 317.
2. Taubes C. // Lect. Notes in Phys. - 1984. - N202. - P. 85.
3. Гуц А.К. // Докл. АН СССР. - 1985. - Т. 284. - С. 1057.

РАЗДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ В УРАВНЕНИИ ДИРАКА В ГРАВИТАЦИОННЫХ ПОЛЯХ

И.Е. Андрушкевич
(БГУ)

Исследовалось уравнение Дирака в гравитационных полях на предмет разделения переменных. Автор ограничился диагональными метриками, т.е.

$$ds^2 = \text{sign}(\beta-i) A_{ijmn,i} (dx^i)^2 + \text{sign}(\beta-j) \times A_{ijmn,j} (dx^j)^2 + \text{sign}(\beta-m) A_{ijmn,m} (dx^m)^2 + \text{sign}(\beta-n) A_{ijmn,n} (dx^n)^2,$$