УДК 517.2

А.К.ГУЦ (ОМСК), Н.Л.ШАЛАМОВА (ОМСК)

ПОРЯДКОВЫЕ АВТОМОРФИЗМЫ ЛИЕВЫХ ГРУПП.

Пусть G_n – n-мерная группа Ли, $n\geq 2$, оснащенная левоинвариантной полной (плоской) аффинной структурой и левоинвариантным частичным порядком $\leq$ таким, что $P=\{x\in G_n : e\leq x\}$ –есть объединение аффинных подгеодезических, исходящих из единицы e группы G_n. Предполагаем, что контингенция "конуса" P в e является эллиптическим конусом с непустой внутренностью, а семейство $\mathcal{P}=\{P_x : x\in G_n\}$, где $P_x = x\cdot P$, состоит из "конусов" P_x, непрерывно зависящих от точки x. Порядок $\leq$, удовлетворяющий описанным условиям, назовем аффинным.

Порядковый автоморфизм есть биекция $f: G_n\to G_n$ такая, что отношение $x\leq y$ всегда влечет $f(x)\leq f(y)$ и $f^{-1}(x)\leq f^{-1}(y)$.

ТЕОРЕМА. Пусть G – трехмерная связная односвязная разрешимая группа Ли, а $\leq$ –аффинный частичный порядок на G. Тогда любой порядковый автоморфизм является аффинным преобразованием, т.е. морфизмом аффинной структуры группы G.

Теорема допускает обобщение на n-мерные группы Ли с $(n-1)$-мерной абелевой подгруппой. Если внутренность полугруппы P пересекается с абелевой подгруппой, то возможно простое описание геометрии, порожденной контингенцией P в e.

Для коммутативной группы Ли G_n, $n\geq 2$, результат, аналогичный нашей теореме, был получен в [1], а при более сильных условиях, накладываемых на порядок, но для любой разрешимой группы Ли G_n, $n\geq 2$, вытекает из статьи [2].

[1] Александров А.Д., Овчинникова В.В. // Вестн. ЛГУ. – 1953. – № 11. – С. 95–119. [2] Шайденко А.В.,– Сиб. мат. журн. – Т. 20, № 1. – С. 164–174.