

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПАДА ПРОСТРАНСТВА НА «АТОМЫ ПРОСТРАНСТВА»

А.К. Гуц

д.ф.-м.н., профессор, e-mail: guts@omsu.ru

Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, Омск, Россия

Аннотация. В статье показано, каким образом можно математически описать процесс распада пространства на бесконечное число несвязных кусков, которое может произойти при полной потере сцепленности (запутанности) частей бесконечно удалённой границы в рамках AdS/CFT -соответствия.

Ключевые слова: пространство, возникающее пространство, AdS/CFT -соответствие, пространство и запутанность подсистем.

В последние годы стало популярным воззрение, что пространство — это возникающая сущность из некоторого фундаментального объекта (см. обзор [1]).

Структура пространства, например топология или метрика, в математике вводится на некоторой *подложке*, каковой в общей теории относительности (ОТО) является канторовское множество. Элементы этого множества, представляемые в форме «точки», трактуются как события, которые произошли в каком-то месте и в какое-то время.

Но возможны и другие, более абстрактные, подложки. В матричных моделях физическое пространство-время эффективно возникает из набора матриц, а не задаётся в качестве априорного многообразия. Это эффективное описание пространства-времени часто называется некоторыми авторами возникающим пространством-временем.

Таким образом, отметим, что и под возникновением пространства понимается нечто более *изощрённо-утончённое*:

Я почти уверен, что пространство и время являются иллюзиями. Эти примитивные понятия будут замещены чем-то более утончённым (Nathan Seiberg).

Процитированный Зейберг считает, что пространство и время не должны присутствовать в исходной формулировке фундаментальной физической теории, а появляются только как макроскопическое приближение [2].

Более определённо высказывается Роберт Дейкгрофф [3]:

Пространство и время не являются основой наших рассуждений. Напротив, пространство и время сами появляются в результате этих рассуждений. За этими рассуждениями скрывается нечто более фундаментальное.

В высказываниях Зейберта и Дейкгроффа видится желание не только отказаться в фундаментальности структуре пространства, но и отказаться от фундаментальности подложки, на которой реализуются структура пространства. Подложка должна *возникнуть* (to emerge) из чего-то *иного*. Следует поэтому обратить внимание на работу [4], авторы которой заявляют, что пространство-время — это явление, возникшее в предшествующей особой субквантовой среде, и что сцепленность (запутанность) и туннельный эффект могут быть объяснены в терминах нелинейной связи между пространством и временем, обязанной субквантовым волнам.

В философии Гегеля Мир возникает по логике (а не во времени) из Ничего, которое есть чистое Бытие, и это чистое Бытие и есть подложка пространства, а значит и пространства-времени, которая в *конкретном* Бытии может быть и «Иным» [5, с. 139–140]. Другими словами, в рассуждениях о нефундаментальности пространства и времени скрывается поиск адекватного математического описания акта, который мы называем рождением Мира. Все существующие подходы неудовлетворительны в силу того, что они отрывают материю от духа (сознания). Неудовлетворенность современными физическими теориями выросла до неудовлетворенности самим постулатом о фундаментальности пространства и времени.

Цель данной статьи состоит в том, чтобы дать математическую модель возникающей подложки пространства, а значит и возникающей подложки пространства-времени, на которых легко обнаруживаются топология и геометрия, отождествляемые нами с реальным пространством и пространством-временем. Причём факты возникновения (и исчезновения) пространства мы ассоциируем с аналогичными фактами возникновения и исчезновения пространства, обязанными сцепленности частей удаленной границы балка в рамках *AdS/CFT*-соответствия.

Мы покажем каким образом можно математически смоделировать распад пространства на бесконечное число несвязных друг с другом кусочков, т. е. на «атомы пространства». В какой-то мере этот процесс отвечает полной потере сцепленности (запутанности) частей бесконечно удалённой конформной границы пространства (балка) в теории голографической вселенной [6].

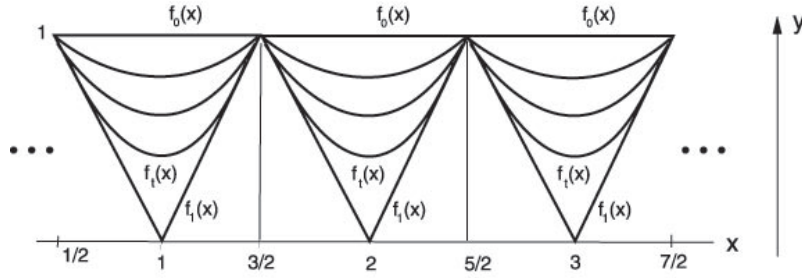
1. «Исчезновение» прямой

Для начала разорвём прямую $\mathbb{R}$ на счетное число отрезков.

На отрезке $[0, 1]$ определим параметрическое семейство функций $f_t(x)$, $t \in [0, 1]$, такое, что для любого $x \in [1/2, 3/2]$

$$f_0(x) = 1, \quad f_1(x) = 2|x - 1|,$$

а при $t \in (0, 1)$ семейство функций f_t представляет непрерывную деформацию функции f_0 в функцию f_1 , причём все $f_t(x)$ ($t < 1$) непрерывны вместе с первыми производными. Единственной функцией, производная которой имеет разрыв первого в точке $x = 1$, является $f_1(x)$ (см. рис. 1). Более того, для

Рис. 1. Семейство $f_t(x)$.

любого t

$$f_t(0) = f_t(1) = 1.$$

Построенные функции f_t продолжим на всю прямую $\mathbb{R}$ (см. рис.1).

Две точки $a, b \in \mathbb{R}$ назовём t -эквивалентными тогда и только тогда, когда $a = b = k/2$, k — целое число.

Если этот случай не имеет места, то $a, b \in \mathbb{R}$ назовём t -эквивалентны, если

1) $a = b$;

2) $f_t(a) = f_t(b)$;

3) $\lim_{x \rightarrow a-0} f'_t(x) = \lim_{x \rightarrow b+0} f'_t(x)$.

Профакторизуем пространство $\mathbb{R}$ по введённому отношению эквивалентности $\sim_t$. Получаем фактор-пространство $\Gamma_t = \mathbb{R}/\sim_t$.

Нетрудно увидеть, что это фактор-пространство Γ_t при $t < 1$ гомеоморфно отрезку $\mathbb{R}$, а при $t = 1$ — несвязному пространству

$$\dots \cup [-2, -1] \cup [0, 1] \cup [2, 3] \cup [4, 5] \cup \dots$$

Другими словами, прямая распалась на счетное объединение непересекающихся отрезков, т. е. на «атомы пространства».

Удобно последнее несвязное пространство обозначить как

$$\Gamma_1 = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} [k_+, (k+1)_-].$$

Итак, мы определили семейство топологических пространств $\{\langle \Gamma_t, \mathcal{T}_t \rangle\}$, где $\mathcal{T}_t$ — рассмотренная фактор-топология на Γ_t . При этом если $t \neq 1$, то $\Gamma_t \approx [0, 1]$, а $\Gamma_1 = [0, (1/2)_-] \cup [(1/2)_+, 1]$, и справедливы соотношения $[0, (1/2)_-] \approx [0, 1]$ и $[(1/2)_+, 1] \approx [0, 1]$. Таким образом, мы рассмотрели разрыв отрезка на два с топологической точки зрения.

2. «Исчезновение» плоскости

Для описания изменения топологии плоскости $\mathbb{R}^2$, ведущей к потере связности и распада плоскости на квадраты с целочисленными координатами вершин

(k, m) , $k, m \in \mathbb{Z}$ квадратов, по аналогии с предыдущим параграфом вводим семейство функций

$$z = f_t(x, y),$$

причём при $t < 1$

$$f_t(x, y) \in C^\infty,$$

$$f_0(x, y) \equiv 1,$$

$$0 < f_t(x, y) \leq 1, \quad f_t(k/2, m/2) = 1, \quad f_t(x, y) > f_{t'}(x, y) \quad (t < t'), \quad f_1(x, y) < f_t(x, y)$$

$$\lim_{t \rightarrow 1-0} f_t(x, y) = f_1(x, y),$$

и функция $f_1(x, y)$ показана на рис.2.

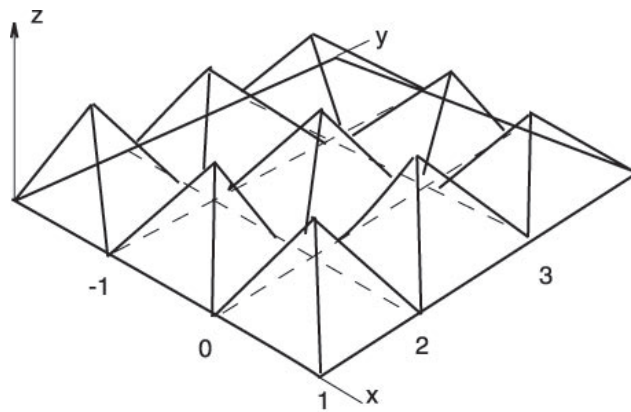


Рис. 2. Функция $f_1(x, y)$.

Мы видим, что функция $f_1(x, y)$ теряет гладкость на прямых $x = k$ и $y = m$, по которым будем разрывать плоскость.

Точки (a, b) и (c, d) считаем эквивалентными, если $a = c = k/2$ и $b = d = m/2$.

Если этот случай не имеет места, то $(a, b), (c, d) \in \mathbb{R}^2$ назовём t -эквивалентными, если

- 1) $a = b, c = d$;
- 2) $f_t(a, b) = f_t(c, d)$;
- 3)

$$\lim_{\substack{x \rightarrow a-0 \\ y \rightarrow b-0}} \frac{\partial f_t}{\partial x}(x, y) = \lim_{\substack{x \rightarrow c+0 \\ y \rightarrow d+0}} \frac{\partial f_t}{\partial x}(x, y),$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow a-0 \\ y \rightarrow b-0}} \frac{\partial f_t}{\partial y}(x, y) = \lim_{\substack{x \rightarrow c+0 \\ y \rightarrow d+0}} \frac{\partial f_t}{\partial y}(x, y).$$

Профакторизуем пространство $\mathbb{R}^2$ по введенному отношению эквивалентности $\sim_t$. Получаем фактор-пространство $\Gamma_t = \mathbb{R}^2 / \sim_t$.

Нетрудно увидеть, что это фактор-пространство Γ_t при $t < 1$ гомеоморфно плоскости $\mathbb{R}^2$, а при $t = 1$ — несвязному пространству, состоящему из счётного числа компонент связности S_α , каждая из которых гомеоморфна квадрату $[0, 1] \times [0, 1]$.

Другими словами, плоскость распалась на счётное объединение непересекающихся квадратов, т. е. на «атомы пространства» $S_\alpha = [k_+, (k+1)_-]$, $k \in Z$:

$$\mathbb{R}^2 \rightarrow \Gamma_1 = \bigcup_{\alpha \in Z} S_\alpha.$$

3. «Исчезновение» сферы S^2

Нетрудно понять, что **подобным же образом можно устроить распад сферы S^2 вдоль меридианов и параллелей.**

4. «Исчезновение» пространства

Для описания изменения топологии плоскости $\mathbb{R}^3$, ведущей к потере связности и распаду плоскости на квадраты с целочисленными координатами вершин (k, m, n) , $k, m, n \in Z$ кубов, по аналогии с предыдущим параграфом вводим семейство функций

$$u = f_t(x, y, z),$$

причём при $t < 1$

$$f_t(x, y, z) \in C^\infty,$$

$$f_0(x, y, z) \equiv 1,$$

$$0 < f_t(x, y, z) \leq 1, \quad f_t(k/3, m/2, n/2) = 1,$$

$$f_t(x, y, z) > f_{t'}(x, y, z) \quad (t < t'), \quad f_1(x, y, z) < f_t(x, y, z)$$

$$\lim_{t \rightarrow 1-0} f_t(x, y, z) = f_1(x, y, z)$$

и функция $u = f_1(x, y, z)$ строится по аналогии с предыдущими функциями $f_1(x)$ $f_1(x, y)$. Но показать её затруднительно, поскольку её график выходит в 4-е измерение u . Функция $f_1(x, y, z)$ теряет гладкость на плоскостях $x = k$, $y = m$ и $z = n$, по которым будем разрывать пространство на кубы.

Точки (a, b, v) и (c, d, w) считаем эквивалентными, если $a = c = k/2$ и $b = d = m/2$ и $v = w = n/2$.

Если этот случай не имеет места, то $(a, b, v), (c, d, w) \in \mathbb{R}^2$ назовем t -эквивалентными, если

- 1) $a = b, c = d, v = w$;
- 2) $f_t(a, b, v) = f_t(c, d, w)$;
- 3)

$$\lim_{\substack{x \rightarrow a-0 \\ y \rightarrow b-0 \\ z \rightarrow v-0}} \frac{\partial f_t}{\partial x}(x, y, z) = \lim_{\substack{x \rightarrow c+0 \\ y \rightarrow d+0 \\ z \rightarrow w+0}} \frac{\partial f_t}{\partial x}(x, y, z),$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow a-0 \\ y \rightarrow b-0 \\ z \rightarrow w-0}} \frac{\partial f_t}{\partial y}(x, y, z) = \lim_{\substack{x \rightarrow c+0 \\ y \rightarrow d+0 \\ z \rightarrow w+0}} \frac{\partial f_t}{\partial y}(x, y, z),$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow a-0 \\ y \rightarrow b-0 \\ z \rightarrow v-0}} \frac{\partial f_t}{\partial z}(x, y, z) = \lim_{\substack{x \rightarrow c+0 \\ y \rightarrow d \\ z \rightarrow w+0}} \frac{\partial f_t}{\partial z}(x, y, z).$$

Профакторизуем пространство $\mathbb{R}^3$ по введённому отношению эквивалентности $\sim_t$. Получаем фактор-пространство $\Gamma_t = \mathbb{R}/\sim_t$.

Нетрудно увидеть, что это фактор-пространство Γ_t при $t < 1$ гомеоморфно пространству $\mathbb{R}^3$, а при $t = 1$ — несвязному пространству, состоящему из счётного числа компонент связности Q_α , каждая из которых гомеоморфна кубу $[0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$.

Другими словами, плоскость распалась на счётное объединение непересекающихся кубов, т. е. на «атомы пространства» Q_α :

$$\mathbb{R}^3 \rightarrow \Gamma_1 = \bigcup_{\alpha \in Z} Q_\alpha.$$

Непрерывно деформируя плоскости $x = k$, $y = m$ и $z = n$, мы можем привести ситуацию к разрыву пространства на деформированные кубы разной формы и размера.

Эти деформированные кубы и есть «атомы пространства», образующие подложку пространства в том случае, когда на бесконечно удалённой 2-мерной границе пространства полностью отсутствует какая-либо сцепленность (запутанность) её частей, и на которой в соответствии с голографическим принципом кодируются не только топологические метаморфозы потери связности, но и сопутствующие им геометрические процессы бесконечного удаления друг от друга компонент связности в распадающемся пространстве в ходе изменения метрики пространства:

$$g_{\alpha\beta}(x, y, z) = \frac{1}{[f_0(x, y, z)]^2} g_{\alpha\beta}(x, y, z) \rightarrow \frac{1}{[f_{t'}(x, y, z)]^2} g_{\alpha\beta}(x, y, z) \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{[f_t(x, y, z)]^2} g_{\alpha\beta}(x, y, z) \rightarrow \frac{1}{[f_1(x, y, z)]^2} g_{\alpha\beta}(x, y, z),$$

$$0 \leq t' < t < 1,$$

где $g_{\alpha\beta}$ — исходная метрика пространства.

Поскольку $f_1(k, m, n)^2 = 0$, то расстояние между кубами стремится к $+\infty$ при $t \rightarrow 1$, как и должно быть при ослаблении сцепленности.

Множество Γ_1 — это нечто более фундаментальное, чем пространство.

Действительно, ведь можно склеить кубы в точки, и тогда пространство распадается на элементарные геометрические объекты — точки, т. е. имеем переход

$$\Gamma_1 \rightarrow \Gamma_1^\circ.$$

Фактически мы имеем дело с Ничем, или с чистым Бытием Гегеля. Это чистое Бытие, моделируемое нами как Γ_1 или Γ_1° , и есть подложка пространства, которая в конкретном Бытии может быть и «Иным».

5. «Исчезновение» сферы S^3

Также как и в случае двумерной сферы, используя модель распада пространства $\mathbb{R}^3$, можно **подобным же образом устроить распад сферы S^3** .

6. Возникновение пространства

Обратный процесс

$$\Gamma_1^\circ \rightarrow \Gamma_1 \rightarrow \Gamma_t \rightarrow \Gamma_{t'}, \quad 0 \leq t' < t < 1, \quad (1)$$

на топологическом уровне означает склеивание кубов в единое пространство в результате процесса запутывания областей на границе, т. е. из атомов пространства возникает полное пространство – подложка под структуру, т. е. под оснащение топологией и геометрией. На геометрическом уровне имеем деформацию 3-метрики:

$$\begin{aligned} \frac{1}{[f_1(x, y, z)]^2} g_{\alpha\beta}(x, y, z) &\rightarrow \frac{1}{[f_t(x, y, z)]^2} g_{\alpha\beta}(x, y, z) \rightarrow \frac{1}{[f_{t'}(x, y, z)]^2} g_{\alpha\beta}(x, y, z) \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{1}{[f_0(x, y, z)]^2} g_{\alpha\beta}(x, y, z) = g_{\alpha\beta}(x, y, z), \quad 0 \leq t' < t < 1, \end{aligned}$$

где $g_{\alpha\beta}$ — исходная метрика пространства.

Следовательно, бесконечное расстояние между кубами=«атомами пространства» при $t \rightarrow 0$ становится конечным, как и должно быть при усилении сцепленности.

Возникновение пространства из «Ничего» — это одновременно и возникновение пространства-времени с метрикой

$$ds^2 = c^2 dt^2 - \frac{1}{[f_t(x, y, z)]^2} g_{\alpha\beta}(x, y, z) dx^\alpha dx^\beta.$$

Здесь параметр t — это фактор осознания Мира людьми, т. е. это время, возникающее при гегелевском логическом переходе (1) из чистого бытия Мира к его конкретному бытию; из «Ничего» к «Нечто» [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Гуц А.К. Теории пространства-времени // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2019. № 4. С. 23–47.
2. Seiberg N. Emergent Spacetime. URL: <http://arXiv:hep-th/0601234v1> (дата обращения: 01.10.2020).
3. Дейкгрофф Р. Конец пространства и времени. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=-B0PIWml9uw> (дата обращения: 01.10.2020).
4. Castro P., Gatta M., Croca J.R., Moreira R. Spacetime as an Emergent Phenomenon: A Possible Way to Explain Entanglement and the Tunnel Effect // Journal of Applied Mathematics and Physics. 2018. V. 6. P. 2107–2118. URL: <http://www.scirp.org/journal/jamp> (дата обращения: 01.10.2020).

5. Гегель Г.В.Ф. Наука логики: в 3 т. Т. 2. М. : Мысль, 1972.
6. Van Raamsdonk M. Building up spacetime with quantum entanglemen. URL: <https://arxiv.org/pdf/1005.3035v1.pdf> (дата обращения: 01.10.2020).

MODELING OF THE SPACE DECAY INTO "ATOMS OF SPACE"

A.K. Guts

Dr.Sc. (Phys.-Math.), Professor, e-mail: guts@omsu.ru

Dostoevsky Omsk State University

Abstract. The article shows how you can mathematically describe the process of decay of space into an infinite number of disconnected pieces that can occur with a complete loss of entanglement parts of the infinitely distant boundary within the *AdS/CFT*-duality.

Keywords: space, emergent space, *AdS/CFT*-duality, space and entanglement of subsystems.

REFERENCES

1. Guts A.K. Teorii prostranstva-vremeni. Prostranstvo, vremya i fundamental'nye vzaimodeistviya, 2019, no. 4, pp. 23-47. (in Russian)
2. Seiberg N. Emergent Spacetime. URL: <http://arXiv:hep-th/0601234v1>.
3. Deikgroff R. Konets prostranstva i vremeni. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=-B0PIWm19uw>. (in Russian)
4. Castro P., Gatta M., Croca J.R., and Moreira R. Spacetime as an Emergent Phenomenon: A Possible Way to Explain Entanglement and the Tunnel Effect. Journal of Applied Mathematics and Physics, 2018, vol. 6, pp. 2107-2118. URL: <http://www.scirp.org/journal/jamp>.
5. Gegel' G.V.F. Nauka logiki: v 3 t. Vol. 2, Moscow, Mysl' Publ., 1972. (in Russian)
6. Van Raamsdonk M. Building up spacetime with quantum entanglemen. URL: <https://arxiv.org/pdf/1005.3035v1.pdf>.

Дата поступления в редакцию: 11.10.2020