В этом случае имеет место решение либо с положительными периодическими значениями φ, либо с отрицательными, которое соответствует решениям со спонтанно нарушенной симметрией.

В системах с отталкиванием спонтанное нарушение симметрии отсутствует.

Таким образом показано, что в равновесных релятивистских статистических системах с коротким векторным взаимодействием между частицами возможен эффект спонтанного нарушения симметрии. Аналогичный эффект имеет место в квантовой теории поля для хиггсовских полей [2].

Отметим, что неравенство $8\pi q^2 n_0/\varkappa^2 \kappa T < 1$ является необходимым для существования решений, отвечающих спонтанно нарушенной симметрии. Рассмотрим теперь статистическую пространственно-однородную систему с коротким векторным взаимодействием в расширяющейся Вселенной. Поскольку характерные временные и пространственные космологические масштабы намного больше соответствующих характерных величин для сильновзаимодействующих частиц, полученные выше формулы также будут иметь место, если в них подставить зависимость концентрации и температуры от масштабного фактора Фридмана $a(\eta)$: $n(\eta) = \dfrac{n(\eta_0)\, a^3(\eta_0)}{a^3(\eta)}$, $T(\eta) = \dfrac{T(\eta_0)\, a(\eta_0)}{a(\eta)}$ — на ультрарелятивистской стадии, $T(\eta) = \dfrac{T(\eta_0)\, a^2(\eta_0)}{a^2(\eta)}$ — на нерелятивистской стадии расширения [3]. Тогда

$$\frac{8\pi q^2 n(\eta)}{\varkappa^2 \kappa T(\eta)} = \frac{8\pi q^2 n_0 a_0^2}{\varkappa^2 \kappa T_0 a^2(\eta)} \quad \text{или} \quad \frac{8\pi q^2 n(\eta)}{\varkappa^2 \kappa T(\eta)} = \frac{8\pi q^2 n_0 a_0}{\varkappa^2 \kappa T_0 a(\eta)}. \tag{20}$$

Из формул (20) видно, что на ранней стадии расширения Вселенной имело место неравенство $8\pi q^2 n/\varkappa^2 \kappa T > 1$ и Вселенная была зарядово-симметричной; концентрации барионов и антибарионов были равны. Далее при $8\pi q^2 n/\varkappa^2 \kappa T = 1$ имел место фазовый переход и Вселенная перешла в зарядово-несимметричное состояние с преимущественной концентрацией барионов над антибарионами, что и имеет место в настоящее время.

Приведенные соображения носят качественный характер, и было бы интересно построить соответствующую общерелятивистскую космологическую модель.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Власов А. А. Статистические функции распределения, М., Наука, 1966, 356 с. [2] Тейлор Дж. Калибровочные теории слабых взаимодействий, М., Мир, 1978, 206 с. [3] Bel J. Astrophys. J., 1969, 155, 83.

Казанский госуниверситет
им. В. И. Ульянова-Ленина

Поступила в редакцию
8 декабря 1980 г.

УДК 530.12:531.51

ГУЦ А. К.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛОСКОЙ ГРАВИТАЦИОННОЙ ВОЛНЫ СО СКАЛЯРНЫМ ПОЛЕМ

Показано, что сильная гравитационная волна может отразить поток скалярных частиц, движущихся ей навстречу. Причем частицы вначале проникают под передний фронт распространения волны и лишь затем отражаются.

Нас интересовало, что произойдет со скалярным полем, распространяющимся навстречу плоской гравитационной волне. В работе [1] было показано, что плоская электромагнитная волна, столкнувшись с гравитационным волновым пакетом, сначала проникает за передний фронт распространения пакета, а затем меняет направление распространения на противоположное, т. е. отражается. Ниже мы покажем, что аналогичное явление можно наблюдать при столкновении гравитационной волны Переса с распространяющимся скалярным полем. Метрика Переса удовлетворяет различным критериям гравитационного излучения [2]. Поэтому полученный результат справедлив независимо от того или иного взгляда на природу гравитационных волн. Метрика Переса еще интересна тем, что в ряде случаев можно указать источник, создающий эти волны [3].

Будем предполагать, что плоская гравитационная волна распространяется в положительном направлении оси x, а скалярная частица движется ей навстречу. Фронт распространения волны задается соотношением $x^0 = ct - x = \mathrm{const}$, а скалярной волны-частицы $x^1 = 1/\alpha[ct + (\alpha - 1)x] = \mathrm{const}$. Здесь $\alpha \geqslant 2$ — константа, связанная со скоростью v частицы формулой: $v = c/(\alpha - 1)$. Метрика Минковского $ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ в координатах $x^0 = ct - x$, $x^1 = 1/\alpha[ct + (\alpha - 1)x]$, $x^2 = y$, $x^3 = z$ имеет вид:

$$ds^2 = (1 + 2\beta)\, dx^{0^2} + 2dx^0dx^1 - dx^{2^2} - dx^{3^2}, \quad \beta = -1/\alpha. \tag{1}$$

Будем считать, что часть пространства-времени, которая соответствует движению частицы до момента столкновения, задается неравенствами $x^0 \leqslant 0$, $x^1 \geqslant 0$, а часть пространства-времени, отвечающая распространению волны до момента столкновения — $x^0 \geqslant 0$, $x^1 \leqslant 0$. Столкновение происходит в момент $x^0 = 0$ при $x^1 = 0$. Передний фронт распространения волны Переса описывается уравнением: $x^0 = 0$. Течению времени от прошлого к будущему отвечает увеличение координаты x^0.

Мы пренебрегаем вкладом скалярного поля в кривизну пространства-времени и при $x^0 < 0$ метрику берем в виде (1), а при $x^0 \geqslant 0$ используем метрику Переса:

$$ds^2 = (1 + 2\beta + f(x^0,\ x^2,\ x^3))\, dx^{0^2} + 2dx^0dx^1 - dx^{2^2} - dx^{3^2}, \tag{2}$$

где

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^{2^2}} + \frac{\partial^2 f}{\partial x^{3^2}} = 0 \tag{3}$$

(см. [2], с. 113). Выполнение уравнения (3) эквивалентно предположению, согласно которому метрика (2) удовлетворяет уравнениям Эйнштейна для вакуума $R_{ik} = 0$. Функция f должна не только удовлетворять (3), но и выбираться так, чтобы кривизна пространства-времени была ненулевой. А для этого полезно иметь в виду, что

$$R_{2020} = -\frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial x^{2^2}},\quad R_{2030} = R_{2023} = -\frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2 \partial x^3},\quad R_{3030} = -\frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial x^{3^2}},$$

где R_{iklm} — компоненты тензора Римана — Кристоффеля. Предполагаем, что

$$f(0,\ x^2,\ x^3) = 0. \tag{3'}$$

Это условие обеспечивает непрерывную сшивку метрик (1) и (2).

Уравнение скалярного поля в псевдоримановом многообразии имеет следующий вид:

$$\sqrt{-g}\,\mu^2\Psi + \frac{\partial}{\partial x^k}\left(\sqrt{-g}\, g^{ik}\frac{\partial\Psi}{\partial x^i}\right) = 0 \tag{4}$$

или

$$\mu^2\Psi + 2\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^0 \partial x^1} - (1 + 2\beta + f)\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^{1^2}} - \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^{2^2}} - \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^{3^2}} = 0, \tag{4'}$$

где $\mu = mc/\hbar$ ([4], с. 127). Плотность 3-импульса частицы $P_{(\alpha)}$ (поляризованный поток энергии сквозь единичную площадку за единицу времени) ([5], с. 146) будем вычислять по отношению к следующему ортореперу:

$$\begin{aligned}
\lambda^i_{(0)} &= \left(1,\ -\frac{1}{2}(f+2\beta),\ 0,\ 0\right);\\
\lambda^i_{(1)} &= \left(-1,\ \frac{1}{2}(f+2+2\beta),\ 0,\ 0\right);\\
\lambda^i_{(2)} &= (0,\ 0,\ 1,\ 0);\\
\lambda^i_{(3)} &= (0,\ 0,\ 0,\ 1);
\end{aligned} \tag{5}$$

где $g_{ik}\lambda^i_{(m)}\lambda^k_{(n)} = \eta_{mn}$ и $\eta_{mn} = \mathrm{diag}\{1, -1, -1, -1\}$—тензор Минковского. Тогда $P_{(\alpha)} = -T_{ik}\lambda^i_{(0)}\lambda^k_{(\alpha)}$, $(\alpha = 1, 2, 3)$, где

$$T_{ik} = \frac{\partial\Psi}{\partial x^i}\frac{\partial\Psi}{\partial x^k} + \frac{1}{2}g_{ik}\left(\mu^2\Psi^2 - g^{mn}\frac{\partial\Psi}{\partial x^m}\frac{\partial\Psi}{\partial x^n}\right) -$$

тензор энергии-импульса скалярного поля.

Вычисляя, получаем:

$$P_{(1)} = \left[\frac{1}{2}\Psi_1\cdot(1+2\beta+f) - \Psi_0\right]^2 - \frac{1}{4}\Psi_1^2 =$$

$$= -\left[\Psi_0 - \frac{1}{2}(f+2\beta)\cdot\Psi_1\right]\left[\frac{1}{2}(2+2\beta+f)\Psi_1 - \Psi_0\right];$$

$$P_{(2)} = -\left[\Psi_0 - \frac{1}{2}(f+2\beta)\cdot\Psi_1\right]\cdot\Psi_2;$$

$$P_{(3)} = -\left[\Psi_0 - \frac{1}{2}(f+2\beta)\cdot\Psi_1\right]\cdot\Psi_3,$$

где $\Psi_i \equiv \partial\Psi/\partial x^i$.

Предположим, что все функции Ψ_i ограничены по переменной x^0; Ψ_2, Ψ_3 сохраняют знак при любом x^0 и, наконец, $\Psi_1 \neq 0$ ($\Psi_1 \neq 0$, так как мы рассматриваем частицу, движущуюся навстречу гравитационной волне). Эти ограничения не являются обременительными и, в общем-то, отвечают реальной физической задаче (см. примеры ниже). До столкновения $\Psi = \Psi(x^1, x^2, x^3)$, т. е. не зависит от x^0, $f \equiv 0$, поэтому $P_{(1)} = \beta(1+\beta)\Psi_1^2 < 0$. Если теперь рассматривать $P_{(\alpha)}$ $(\alpha = 1, 2, 3)$ как функции от переменной f, то легко заметить, что все они одновременно изменяют знак при одном и том же значении $f = f_0$ по мере изменения $|f|$ от нуля до бесконечности. Но $f = f(x^0, x^2, x^3)$. Поэтому мы можем предположить, что изменение значения f происходит при возрастании переменной x^0 от нуля до бесконечности. Пусть $f_0 = f(x_0^0, x^2, x^3)$, где $x_0^0 > 0$. Таким образом, скалярные частицы, пройдя передний фронт распространения гравитационной волны, не смогут проникнуть за фронт $x^0 = x_0^0$, на котором происходит радикальное изменение направления распространения потока частиц. По существу происходит отражение потока частиц сильной гравитационной волной. Заметим, что наши рассуждения одинаково справедливы для лобового и не лобового «соударения» полей.

П р и м е р ы. 1. Рассмотрим безмассовую частицу с $\Psi \equiv x^1$, удовлетворяющей перечисленным выше условиям. В этом случае ($\mu = 0$, $\beta = -1/2$)

$$P_{(\alpha)} = \left(\frac{1}{4}f^2 - \frac{1}{4},\ 0,\ 0\right)$$

и отражение происходит в том случае, когда найдется $x_0^0 > 0$ такое, что $|f(x_0^0, x^2, x^3)| > 1$.

Возникает вопрос: существует ли такая функция f? Ведь она должна удовлетворять уравнениям (3), (3′) и существенно зависеть от x^2, x^3, так как последнее обеспечивает искривленность пространства-времени. Нетрудно видеть, что искомая функция может иметь вид

$$f(x^0,\ x^2,\ x^3) = x^{0^2}\cdot[1+\sqrt{x^2+\sqrt{x^{2^2}+x^{3^2}}}],\ x_0^0=2.$$

Напротив, если взять

$$f(x^0,\ x^2,\ x^3) = \frac{1}{\pi}(\sin x^0)\cdot\operatorname{arctg}\frac{x^3}{x^2},\ \text{то}\ |f(x^0,\ x^2,\ x^3)|<1 \qquad (6)$$

и отражения не происходит. Этот результат закономерен, ибо неравенство (6) указывает на относительную слабость гравитационной волны. Если взять следующие функции: $f=x^0x^2x^3$ или $f=x^0\ln(x^{2^2}+x^{3^2})$, то в плоскости x^2x^3, ортогональной направлению движения потока частиц, появляются «щели», через которые частицы проходят сквозь волновой гравитационный пакет. В первом случае «щель» описывается уравнением $x^2x^3=0$, а во втором $x^{2^2}+x^{3^2}=1$.

2. Рассмотрим массивную частицу. Решением уравнения (4′) будет функция $\Psi(x^1,\ x^2,\ x^3)=x^1\varphi(x^2,\ x^3)$, где $\varphi(x^2,\ x^3)\neq 0$ удовлетворяет уравнению $\Delta\varphi=\mu^2\varphi$. Как видим, Ψ_i ограничены по x^0, $\Psi_1=\varphi\neq 0$. Следовательно, для рассматриваемого решения будет наблюдаться изучаемое нами явление отражения.

Итак скалярные частицы, столкнувшись с сильной гравитационной волной Переса, обязательно меняют направление своего распространения, и, более того, наблюдается явление, которое мы назвали отражением. Оно заключается в том, что частицы не проникают за некоторый вполне определенный фронт распространения гравитационной волны. Однако, в любом случае, отражение не происходит на переднем фронте распространения волны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Сбытов Ю. Г. ЖЭТФ, 1972, **63**, 737. [2] Захаров В. Д. Гравитационные волны в теории тяготения Эйнштейна. М., Наука, 1972. [3] Власов Ю. П. Применение канонического формализма Арновита — Дезера — Мизнера к точным волновым решениям А. Переса, препринт ин-та теор. физики АН УССР, ИТФ-71-48Р. Киев, 1971. [4] Мицкевич Н. В. Физические поля в общей теории относительности. М., Наука, 1969. [5] Синг Дж. Общая теория относительности. М., ИЛ, 1963.

Омский госуниверситет

Поступила в редакцию
8 октября 1980 г.