

ТЕОРЕТИКО-КАТАСТРОФИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЛЕСНОЙ ЭКОСИСТЕМЫ

Володченкова Л.А.¹, Гуц А.К.²

¹Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, Омск, Россия
volodchenkova@cmm.univer.omsk.su

²Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, Омск, Россия
guts@omsu.ru

Аннотация: предлагается описание катастрофических изменений в экологии лесных биоценозов с помощью математической теории катастроф. Модель позволяет проводить качественное прогнозирование возможных равновесных состояний, лесных экологических катастроф и показывает к каким равновесным состоянием может переходить лесная экосистема после катастрофы.

1. Лесные экосистемы и их возможное моделирование

Лес – это элемент географического ландшафта, состоящий из совокупности деревьев, занимающих доминирующее положение, кустарников, напочвенного покрова, животных и микроорганизмов, в своем развитии биологически взаимосвязанных, влияющих друг на друга и на внешнюю среду.

В этом докладе ставится задача построения математической динамической модели смены равновесных состояний лесных экосистем, с чьей помощью можно было бы проводить прогнозирование экологических катастроф, при которых лесная экосистема теряет равновесие и устремляется к новому равновесию. Построенная модель должна быть способна давать ответы на вопросы, каковы эти равновесия, когда они нарушаются, к каким равновесиям система перейдет и сколько новых равновесий может быть?

Строится математическая модель лесной экосистемы в рамках математической теории катастроф Рене Тома. Модель основывается на четырех управляющих внешних факторах, задающих среду экосистемы. Это влажность почвы w (или освещенность при иной интерпретации этого фактора), оконная динамика u (или качество атмосферного воздуха при иной интерпретации этого фактора), определяющая мозаичность фитоценоза; наличие конкуренции l (принцип конкурентного исключения) и антропогенное вмешательство v в лесную экосистему (вырубка леса, пожары и т.д.). Модель легко может быть усложнена за счет введения дополнительных управляющих внешних факторов, но при этом она становится менее наглядной и требует при ее использовании уже гораздо более серьезных математических знаний.

Состояние леса мы характеризуем скалярной функцией времени $x(t)$, зависящей от четырех управляющих внешних факторов, перечисленных выше. Функцию $x(t)$ будем называть *доброкачеством леса*. Ее значения являются интегральным показателем вида

$$x(t) = \sum_j f_j x_j(t),$$

где f_j – вес показателя $x_j(t)$, т.е. его вклад (доля) в интегральный показатель, а сами показатели $x_j(t)$ – это употребляемые при оценке лесных экосистем такие показатели как бонитет леса, показатели численности видов, индекс разнообразия видов, частота встречаемости, коэффициент встречаемости, обилие видов, покрытие, степень доминирования, биомасса, продуктивность древостоя, санитарное состояние леса, суховершинность, влажность древесины, возраст данного фитоценоза и другие.

2. Построение модели леса в рамках теории катастроф

Степень доброкачественности лесного биоценоза в момент времени t будет определять доброкачественность леса в следующий момент времени $t + dt$. Иначе говоря, эволюцию величины $x(t)$ мы описываем с помощью дифференциального уравнения.

При его построении мы исходили из того, что 1) в основе продуктивного процесса растений лежит фотосинтез. Растения под воздействием солнечной энергии, поглощая листьями из атмосферы углекислый газ и корневой системой из почвы *воду*, создают органическое вещество. Недостаток влаги $(-w) > 0$ является фактором, не способствующим благополучию леса; 2) учтём, что для здорового леса обязательной чертой является наличие *ярусности*. Следуя Дюрье примем в расчет только четыре яруса. Взаимодействие ярусов должно дать вклад в доброкачественность леса вида; 3) особое значение имеет конкуренция растений в лесу; 4) действенен основной механизм смены поколений деревьев, поддерживающий специфическую мозаичность лесов и высокое биологическое разнообразие во многих типах леса, называемый “оконной динамикой”. Он связан с гибелью отдельных старых деревьев или их групп, образованием за счет этого “окон” в пологе древостоя и формированием в этих окнах групп молодых деревьев.

В результате учёта этих факторов мы легко приходим к тому, что динамика доброкачественности леса описывается дифференциальным уравнением вида

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} (k_0 x^6 + lx^4 + ux^3 + vx^2 + wx). \quad (1)$$

Отметим, что доброкачественность характеризуется неравенством $x > 0$; наличие конкуренции неравенством $l < 0$, действенность оконной динамики неравенством $u > 0$; вырубка лесов, пожары неравенством $v < 0$, недостаток влаги неравенством $w < 0$.

Первый член $k_0 x^6$ ($k_0 > 0$) определяется наличием только четырех ярусов леса. Учет каждого нового яруса увеличивает показатель степени x на единицу. Но при этом теряется так называемая структурная устойчивость модели. Иначе говоря, вид уравнения не сохраняется при малых возмущениях правой части уравнения 1.

Правая часть уравнения 1 $V(x, l, u, v, w) = k_0 x^6 + lx^4 + ux^3 + vx^2 + wx$ порождает при изменении факторов l, u, v, w самые различные бифуркации (катастрофы по Тому), называемые в математической теории катастроф катастрофами типа “бабочка” (Брёкер и др., 1977, Постон и др., 1980).

Модель описывает следующие экологические катастрофы: 1) катастрофы при вырубке лесов, при пожарах в случае отсутствия мозаичности, но при наличии сильной конкуренции и любой влажности; 2) катастрофы при вырубке лесов, при пожарах (нет мозаичности, нет сильной конкуренции, влажность любая); 3) катастрофы при вырубке лесов, при пожарах (есть чистая хорошая атмосфера, нет сильной конкуренции, влажность любая); 4) некатастрофические смены равновесия (в случае выбора правила Максвелла) при вымокании леса; 5) многие иные ситуации.

Литература

Брёкер Т., Ландер Л. Дифференцируемые ростки и катастрофы. - М.: Мир, 1977. - 207 с.
Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. - М.: Мир, 1980. - 543 с.