

И.Н. Путалова, В.М. Семенюк, А.В. Артюхов, А.К. Гуц, С.А. Девятов

ОПЫТНАЯ ПРОВЕРКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НИЖНЕЧЕЛЮСТНОГО МОЛЯРА

Омская государственная медицинская академия МЗ РФ
Омский государственный университет
Омский государственный технический университет

Самым современным методом при биомеханических исследованиях признано математическое моделирование. Цель работы – опытным путем подтвердить состоятельность математической модели зуба.

Строили компьютерную модель зуба вместе с окружающим пародонтом и моделировали деформирование зуба и кости под влиянием заданной нагрузки. Проводили механическое разрушение опытных образцов. Результаты обрабатывали статистически и сравнивали с полученными в компьютерных экспериментах.

На основании проведенных исследований сделаны выводы о возможности морфологических исследований служить основой для компьютерного моделирования двухкорневого зуба и состоятельности математической модели двухкорневого зуба.

Ключевые слова: математическая модель, прочностные испытания

Самым современным методом при биомеханических исследованиях признано математическое моделирование [1, 6]. Наиболее перспективным является использование компьютерного моделирования, позволяющего проводить вычислительные эксперименты, проверяя различные предположения о характере поведения биологических объектов, искусственных конструкций полости рта [2, 4, 9, 10, 11].

Модель «зуб – пародонт» является сложной биомеханической системой, при расчете которой возможно использование математического моделирования, базирующегося на методе конечных элементов (МКЭ).

Современные компьютерные пакеты прикладных программ на основе МКЭ позволяют создавать модели любой геометрической сложности с заданной точностью, учитывать особенности структуры биомеханического объекта и легко изменять параметры внешних нагрузок [1, 5, 7, 8, 12].

Цель работы – опытным путем подтвердить состоятельность математической модели зуба.

Методика. Суть использованных методов заключается в следующем:

1. На 12 интактных нижних первых и вторых больших коренных зубах (молярах) человека измеряли параметры коронки и корня с точностью до 0,1 мм.

2. С помощью компьютерного пакета прикладных программ “Cosmos/m 2.5” (США) строили компьютерную модель зуба вместе с окружающим пародонтом и моделировали деформирование зуба и кости под влиянием заданной нагрузки; получали картину распределения напряженных состояний.

3. Опытный материал разделили на две группы:

1-я – 6 моляров поместили в блоки цилиндрической формы (диаметр – 18 мм, высота – 25 мм) из зуботехнического гипса до уровня эмалево-цементной границы;

2-я – 6 моляров поместили в блоки цилиндрической формы (диаметр – 18 мм, высота – 25 мм) из зуботехнического легкоплавкого металла до уровня эмалево-цементной границы.

4. Использовали машину РМП-500 (РФ) для механического разрушения опытных образцов.

5. Результаты обрабатывали статистически [3] и сравнивали с полученными в компьютерных экспериментах. Расчеты выполняли по несгруппированным данным.

6. Для подтверждения точности результатов экспериментов в условиях, приближенных к естественным, на одной (нижней) челюсти человека с интактными молярами с помощью машины VEB WERKSTAFFPRUFMASCHINEN (ФРГ) проводили разрушение зубов. Целостность челюстной кости не нарушали, из лунок моляры не вынимали, параметры коронки и корня не измеряли.

Исследования проведены совместно сотрудниками кафедр анатомии человека, ортопедической стоматологии ОГМА, математического моделирования ОмГУ, сопротивления материалов ОмГТУ.

На рис. 1 отмечены точки, совокупность расстояний между которыми определяет плоскую геометрическую двумерную модель моляра.

Результаты. Результаты измерений и необходимые для построения математической модели показатели представлены в табл. 1 и табл. 2.

При осуществлении компьютерных экспериментов накладывалось условие нулевого граничного перемещения (жесткого закрепления). При-

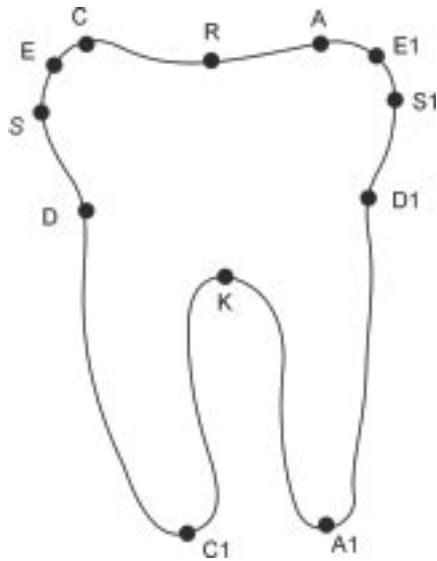


Рис. 1. Модель нижнечелюстного моляра

лагалась точечная, вертикальная, несимметричная нагрузка, сосредоточенная в трех узлах (величина в каждом из них одинакова).

Появление обширных зон в корне и коронке зуба с напряжениями, превосходящими предел прочности дентина ($\sigma_b \sim 20-42 \text{ н/мм}^2$), трактуется как ситуация, ведущая к разрушению [4, 5, 8]. На экране монитора наглядно отображена полная картина распределения (в виде цветных зон) напряженных состояний зуба (рис. 2).

При механическом разрушении опытных образцов в блоках мы наблюдали 2 фазы:

- характерный треск, сопровождающийся появлением дефектов (трещин);
- видимое разрушение зуба.

Результаты приведены в табл. 3, 4 и 5.

При проведении опытов на молярах в челюсти нам удалось фиксировать только фазу разрушения. Для первого моляра критическая нагрузка составила 65 кГ, для второго – 76 кГ.

Таблица 1

Средние арифметические значения параметров геометрической модели зуба (мм)

AA1	CC1	DD1	A1C1	RK	EE1	SS1
18,9	19,9	9,9	4,2	8,5	10,6	11,6

Таблица 2

Показатели костной ткани и дентина

Ткань зубов	Плотность, $\text{lb} \cdot \text{s}^2 / \text{in}^4$	Модуль Юнга, lb / in^2
Кость	$0,168-0,187 \cdot 10^{-3}$	$2,03-2,75 \cdot 10^6$
Дентин	$0,168-0,187 \cdot 10^{-3}$	$2,00-2,81 \cdot 10^6$

Примечание. ППП "Cosmos/m 2.5" основан на английских единицах измерения.

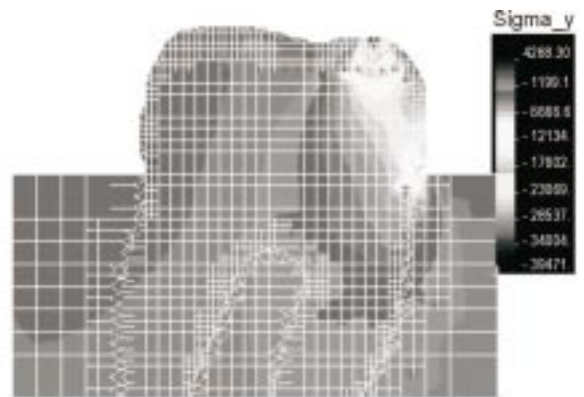


Рис. 2. Напряжения для модели здорового зуба при несимметричной вертикальной нагрузке в 30 кГ (пример проведения компьютерного эксперимента)

Таблица 3

Результаты механического разрушения опытных образцов в блоках из гипса

Показатели	Характерный треск	Видимое разрушение зуба
Выборочная средняя, кГ	51,4	74,76
Выборочное среднее квадратическое отклонение, кГ	2,2	19,4

Таблица 4

Результаты механического разрушения опытных образцов в блоках из металла

Показатели	Характерный треск	Видимое разрушение зуба
Выборочная средняя, кГ	46,5	81,0
Выборочное среднее квадратическое отклонение, кГ	3,9	15,8

Таблица 5

Доверительный интервал для математического ожидания с вероятностью 0,95

Штифтовые конструкции	Характерный треск	Видимое разрушение зуба
Зубы в блоках из гипса, кГ	49,2; 53,6	55,4; 94,2
Зубы в блоках из металла, кГ	42,5; 50,5	65,1; 96,9

В компьютерном эксперименте при увеличении вертикальной несимметричной нагрузки от 3 до 30 кГ возникающие напряжения на большей части зуба возрастают, но еще не попадают в критическую зону (для разрыва – это напряжения от 20 до 42 н/мм²). Если нагрузки приближаются к 60 кГ, то появляются участки с напряжениями, которые уже попадают в критическую зону (рис. 3). При вертикальной несимметричной нагрузке в 90 кГ напряжения на больших участках дентина попадают в зону разрушения (где $\sigma_x, \sigma_y > 42$ н/мм²).

Локально, на малых участках корня возникающие напряжения по вертикали и по горизонтали попадают в критическую зону уже при нагрузке в 30 кГ (рис. 3), в зону разрушения – при нагрузке выше 30 кГ. Необходимо отметить, что с точки зрения теории разрушения материалов наличие дефектов (микротрещин) в дентине делает возможным разрушение моляров при более низких нагрузках.

Проведенные механические испытания не могут служить полным подтверждением состоятель-

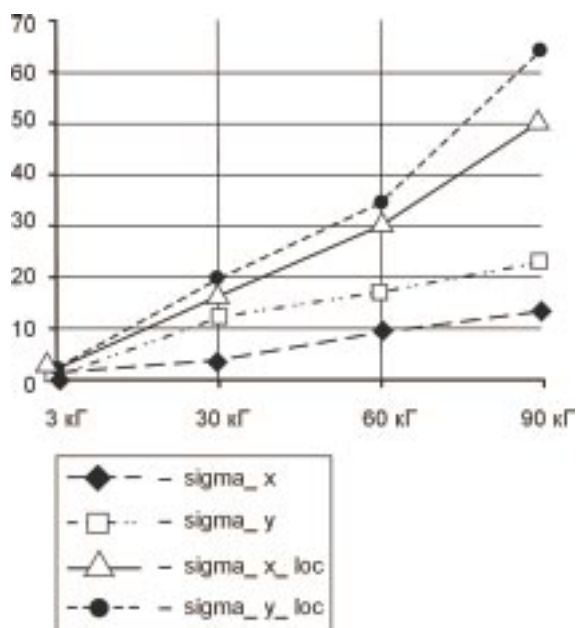


Рис. 3. Напряжения при вертикальной несимметричной нагрузке (н/мм²)

ности математической модели. Критерии разрушения опытных образцов были субъективны (характерный треск, видимое разрушение зуба); модель является плоскостной; упрощена анатомия зуба и пародонта. Тем не менее полученные результаты представляют определенный интерес.

Основного внимания заслуживает первый признак разрушения (треск). Нагрузку в 3 и 30 кГ при прочностных тестах выдержали все образцы. В 17% случаев сила в 42 кГ вызвала необратимую деформацию зубов. Для большинства образцов (58%), помещенных в блоки, критической стала нагрузка в 50 кГ. Наибольшее воздействие, необходимое для появления трещин, имело значение в 55 кГ. В этом же случае характерный треск сопровождался разрушением образца. Примечательно, что зубы, помещенные в металлические блоки, выдержали относительно меньшую нагрузку (различия существенны с вероятностью 0,95). Во всех опытах местом первых разрушений являлась область приложения силы. Таким образом, опытные данные входят в диапазон рассчитанных математически. Правильность расчета локализации наибольших напряжений также подтверждается на практике.

При полном разрушении образцов отмечено, что линии разлома всегда проходили через полость зуба. Стрессовые значения вариабельнее (от 55 до 100 кГ). В среднем зубы, помещенные в металлические блоки, выдержали несколько большую нагрузку (различия несущественны с вероятностью 0,95).

Данные эксперимента на молярах в челюсти подтверждают достоверность результатов разрушения зубов в блоках (входят в доверительные интервалы, указанные в табл. 5).

Выводы. На основании проведенных исследований можно сформулировать следующие выводы:

- данные морфологических исследований могут служить основой для компьютерного моделирования двухкорневого зуба;
- опытным путем подтверждена состоятельность математической модели двухкорневого зуба.

EXPERIMENTAL TEST OF MATHEMATICAL MODEL OF LOW JAW MOLAR

Putalova I.N., Semenyuk V.M., Artyukhov A.V., Guts A.K., Devyatov S.A.

Mathematical modeling is considered to be the most up-to-date method in biomechanical research. The work object is to prove the reliability of a tooth mathematical model by means of experiment.

We made up a computer model of a tooth with the surrounding paradont. We also made a model of the tooth and bone deformation occurred under the influence of the desired load. Mechanical damage of the experimental model was carried out. Results were statistically processed and compared with those of the computer experiments.

On the base of the experiment the following conclusions were made: morphological experiment data can be used as the ground of the computer modeling of a tworoot tooth; and reliability of the mathematical modeling of a tworoot tooth was also proved.

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев В.Г., Попова О.А., Дудкин В.В., Лебединский В.Ю. Моделирование напряженно-деформированного состояния костной ткани при имплантации // Бюл. ВСНЦ СО РАМН, 1998. № 1. С. 30–34.
2. Воробьев В.А. Выбор конструкции зубных протезов и имплантатных систем на основе программного математического моделирования при лечении больных с различными дефектами зубных рядов. Автореф. дис. ... д-ра мед. наук. Иркутск, 1996.
3. Вопросы медицинской статистики / Под ред. С.Г. Резникова и В.Г. Лопушанского. Омск, 1988.
4. Гуц А.К., Капотина Т.Н., Панова Н.И. и др. Математическое обоснование к использованию корней фронтальных зубов, разрушенных ниже уровня десны, под штифтовые конструкции / Деп. в ВИНТИ 21.06.95, № 1790–И95.
5. Капотина Т.Н., Семенюк В.М., Яковлев К.К. и др. Математическое обоснование к использованию культевой штифтовой вкладки с «воротничком» при разрушении корней зубов ниже уровня десны // Вестник Омского университета, 1996. № 2. С. 17–19.
6. Капотина Т. Н. Биологические и математические обоснования к использованию корней зубов, разрушенных ниже уровня десны, в клинической стоматологии. Автореф. дис. ... канд. мед. наук. Омск, 1996.
7. Маркин В.А. Прогнозирование осложнений при использовании металлокерамических протезов с помощью математического моделирования. Автореф. дис. ... канд. мед. наук. М., 1999.
8. Олесева В.Н., Клепилин Е.С., Балгурина О.С. и др. Сравнение биомеханики штифтовых конструкций со стекловолоконным и титановым штифтами // Панаорама ортопедической стоматологии. 2001. № 3. С. 22–23.
9. Семенюк В.М., Гуц А.К., Капотина Т.Н., Вагнер В.Д. Выносливость опорно-удерживающего аппарата зуба, восстановленного литой культевой штифтовой конструкцией, к вертикальной нагрузке // Перспективы развития современной стоматологии: проблемы уральского региона: Материалы Конф. Стоматологов 20–22 мая 1997 г. Екатеринбург, 1997. С. 211–213.
10. Семенюк В.М., Артюхов А.В., Сырцова А.В., Гуц А.К. Математические модели интактного моляра и моляра после гемисекции // Математические структуры и моделирование. 2001. Вып. 8. С. 52–55.
11. Arataki T., Adachi Y., Kishi M. Two-dimensional finite element analysis of the influence of bridge design on stress distribution in bone tissues surrounding fixtures of osseointegrated implants in the lower molar region // The Bulletin of Tokyo Dental College. 1998. Vol. 39. № 3. P. 199–209.
12. Darendeliler S., Darendeliler H., Kinoglu T. Analysis of a central maxillary incisor by using a three-dimensional finite element method // Journal of Oral Rehabilitation. 1992. Vol. 19. № 4. P. 371–383.